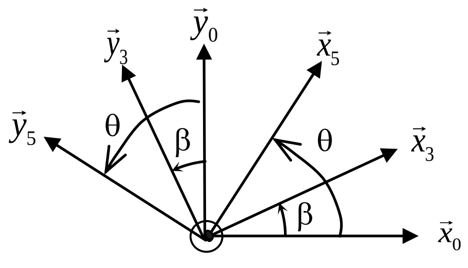
Echelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle
Corrigé

Partie I : Etude cinématique

Figures planes de calcul.



$\vec{z}_0 = \vec{z}_3 = \vec{z}_5$

Q1. *Calculer les vecteurs vitesses :* $\vec{V}(D\in 5/R_0)$ *et* $\vec{V}(G_P \in 6/R_0)$.

$$\vec{V}(D\in 5/R_0) == \left[\frac{d(\overrightarrow{O_0A}+\overrightarrow{AD})}{dt}\right]_R = \underbrace{\left[\frac{d(a\cdot\vec{y}_0)}{dt}\right]_R}_{=\vec{0}} + \left[\frac{d(H\vec{x}_5)}{dt}\right]_R = H.\dot{\theta}.\vec{y}_5.$$

$$\vec{V}(G_P\in 6/R_0) = \left[\frac{d(\overrightarrow{O_0D}+\overrightarrow{DG_p})}{dt}\right]_R = \left[\frac{d(\overrightarrow{O_0D})}{dt}\right]_R + \underbrace{\left[\frac{d(\overrightarrow{DG_p})}{dt}\right]_R}_{=\vec{0}} = \vec{V}(D\in 5/R_0)$$

Q2. *Déduire la nature de mouvement de la plate forme (6) par rapport au châssis (0).*

$$\vec{V}(D\in 5/R_0) = \underbrace{\vec{V}(D\in 6/5)}_{=\vec{0}:pivot} + \vec{V}(D\in 6/R_0)$$

$$\Rightarrow \quad \vec{V}(G_P \in 6/R_0) = \vec{V}(D\in 6/R_0) = H.\dot{\theta}.\vec{y}_5.$$

Puisque la trajectoire du point D est circulaire, donc le mouvement de la plate forme (6) par rapport au châssis (0) est une translation circulaire : $\vec{\Omega}\ 6/0\ = \vec{0}$.

Q3. *En faisant une fermeture géométrique, déterminez la position* $y(t)$ *en fonction de l'angle* $\theta(t)$ *et des paramètres géométriques.*

Fermeture géométrique :

$\overrightarrow{O_0B}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AO_0} = \vec{0}$, ce qui s'exprime en fonction du paramétrage :

$$b\,\vec{x}_0 + y(t)\,\vec{y}_3 - c\,\vec{x}_5 - a\,\vec{y}_0 = \vec{0}.$$

En projection respectivement sur $\vec{x}_0$ et sur $\vec{y}_0$:

$$\begin{cases} \text{Proj}/\vec{x}_0 : b - y(t)\sin\beta - c\cos\theta = 0 \\ \text{Proj}/\vec{y}_0 : y(t)\cos\beta - c\sin\theta - a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(t)\sin\beta = b - c\cos\theta. & (1) \\ y(t)\cos\beta = c\sin\theta + a. & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = \sqrt{\left(b - c\cos\theta\right)^2 + \left(c\sin\theta + a\right)^2}} \qquad (3)$$

Q4. *En faisant une fermeture de chaîne cinématique, déterminez la vitesse de sortie du vérin $\dot{y}(t)$ en fonction de la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$ et des paramètres géométriques.*

$$\underbrace{\vec{V}(C \in 4/5) = \vec{0}}_{=\vec{0}:pivot} \quad \Rightarrow \quad \vec{V}(C \in 4/3) + \vec{V}(C \in 3/R_0) - \vec{V}(C \in 5/R_0) = \vec{0}$$

On a :

$$\vec{V}(C \in 4/3) = \left[\frac{d(\overrightarrow{BC})}{dt}\right]_{R_3} = \left[\frac{d(y(t)\cdot\vec{y}_3)}{dt}\right]_{R_3} = \dot{y}(t)\cdot\vec{y}_3$$

$$\vec{V}(C \in 3/R_0) = \underbrace{\vec{V}(B \in 3/R_0)}_{=\vec{0}:pivot} + \overrightarrow{CB} \wedge \vec{\Omega}(3/R_0) = -y(t).\vec{y}_3 \wedge \dot{\beta}.\vec{z}_0 = -y(t).\dot{\beta}.\vec{x}_3$$

$$\vec{V}(C \in 5/R_0) == \left[\frac{d(\overrightarrow{O_0A} + \overrightarrow{AC})}{dt}\right]_R = \left[\frac{d(a\cdot\vec{y}_0 + c.\vec{x}_5)}{dt}\right]_R = c.\dot{\theta}.\vec{y}_5$$

Donc : $\dot{y}(t)\cdot\vec{y}_3 - y(t).\dot{\beta}.\vec{x}_3 - c.\dot{\theta}.\vec{y}_5 = \vec{0}$

Proj/ $\vec{y}_3$ $\Rightarrow$: $\dot{y}(t) = c.\dot{\theta}.\vec{y}_5 \cdot \vec{y}_3 = c.\dot{\theta}.\cos(\theta - \beta). \qquad (4)$

$$\Rightarrow \quad \dot{y}(t) = c.\dot{\theta}.\left(\cos\theta.\cos\beta + \sin\theta.\sin\beta\right)$$

D'après la question 2 : $\begin{cases} y(t)\sin\beta = b - c\cos\theta & (1) \\ y(t)\cos\beta = c\sin\theta + a & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\beta = \dfrac{\left[b - c\cos\theta\right]}{y(t)} \\ \cos\beta = \dfrac{\left[c\sin\theta + a\right]}{y(t)} \end{cases}$

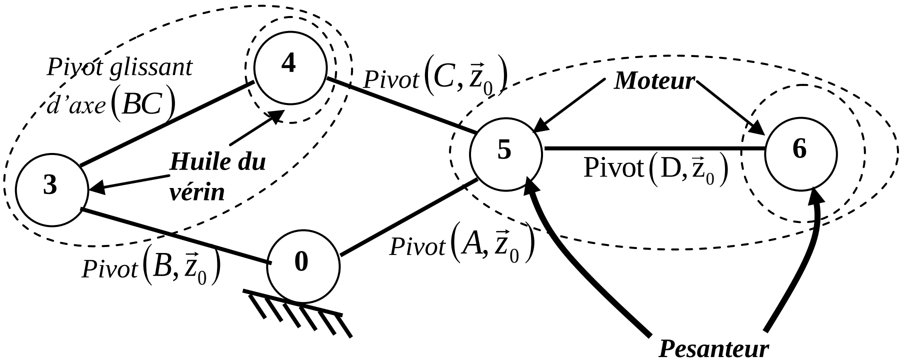
D'après la relation (3) : $\begin{cases} \sin\beta = \dfrac{\left[b - c\cos\theta\right]}{\sqrt{\left(b - c\cos\theta\right)^2 + \left(c\sin\theta + a\right)^2}} \\ \cos\beta = \dfrac{\left[c\sin\theta + a\right]}{\sqrt{\left(b - c\cos\theta\right)^2 + \left(c\sin\theta + a\right)^2}} \end{cases}$

et (4), ce qui donne : $\dot{y}(t) == \dfrac{c}{\sqrt{(b-c\cos\theta)^2+(c\sin\theta+a)^2}}\dot{\theta}.\left([c\sin\theta+a]\cos\theta+[b-c\cos\theta]\sin\theta\right)$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{y}(t) == \frac{c}{\sqrt{(b-c\cos\theta)^2+(c\sin\theta+a)^2}}\dot{\theta}.\left(a\cos\theta+b\sin\theta\right)} \quad (5)$$

Partie II : **Etude dynamique**

Q5. *Etablir le graphe d'analyse des actions mécaniques.*



Q6. *Déterminer le couple moteur C_m. Expliquez la démarche (l'isolement et le théorème appliqué).*

Théorème du moment dynamique appliqué au point D sur **(6)** :

$$\overrightarrow{M}_D\left(\overline{6}\rightarrow 6\right)=\overrightarrow{\delta_D}(6/0)$$

On a : $\overrightarrow{M}_D\left(\overline{6}\rightarrow 6\right)=\underbrace{\overrightarrow{M}_D\left(\text{Moteur}\rightarrow 6\right)}_{=C_m\vec{z}_0}+\underbrace{\overrightarrow{M}_D\left(5\rightarrow 6\right)}_{=\vec{0}\ :\ pivot}+\underbrace{\overrightarrow{M}_D\left(\text{pesanteur}\rightarrow 6\right)}_{=\overrightarrow{DG_p}\wedge -Mg\vec{y}_0}$

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{M}_D\left(\overline{6}\rightarrow 6\right)=C_m.\vec{z}_0+\left(x_G\vec{x}_0+\cancel{y_G\vec{y}_0}\right)\wedge -Mg\vec{y}_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{M}_D\left(\overline{6}\rightarrow 6\right)=\left(C_m-Mgx_G\right)\vec{z}_0}.$$

Et on a : $\overrightarrow{\delta_D}(6/0)=\overrightarrow{\delta_{Gp}}(6/0)+\overrightarrow{AG_P}\wedge M\,\vec{a}_{G_P,60}$

$$\overrightarrow{\delta_D}(6/0)=\left[\frac{d\vec{\sigma}_D\ \ 6/0}{dt}\right]_{R_0}+\underbrace{\vec{V}\ \ D\in 6/0\ \wedge M\vec{V}\ \ G_p\in 6/0}_{=\vec{0}:\ (6)\ entranslation}$$

$$\vec{\sigma}_D\ \ 6/0\ =\vec{\sigma}_{G_p}\ \ 6/0\ +\overrightarrow{DG_p}\wedge M\vec{V}\ \ G_p\in 6/0$$

On a : $\vec{\sigma}_{G_p}(6/0) = \overline{\overline{I}}(G_p,6)\cdot\underbrace{\vec{\Omega}(6/0)}_{\vec{0}\,:\,translation} = \vec{0} \Rightarrow \vec{\sigma}_D(6/0) = \overrightarrow{DG_p}\wedge M\vec{V}(G_p\in 6/0)$

$$\Rightarrow \quad \vec{\sigma}_D(6/0) = (x_G\vec{x}_0 + y_G\vec{y}_0)\wedge M.H.\dot{\theta}.\vec{y}_5$$

$$\Rightarrow \quad \vec{\sigma}_D(6/0) = M.H.\dot{\theta}(x_G.\cos\theta + y_G.\sin\theta)\,\vec{z}_0$$

Donc : $\boxed{\overrightarrow{\delta_D}(6/0) = M.H\left[\ddot{\theta}(x_G.\cos\theta + y_G.\sin\theta) + \dot{\theta}^2(y_G.\cos\theta - x_G.\sin\theta)\right]\vec{z}_0}$.

On trouve donc la première équation différentielle de mouvement permettant la détermination du couple moteur Cm :

$$\boxed{C_m = M\left\{gx_G + H\left[\ddot{\theta}\left(x_G.\cos\theta + y_G.\sin\theta\right) + \dot{\theta}^2\left(y_G.\cos\theta - x_G.\sin\theta\right)\right]\right\}}$$

Q7. *Montrer que la résultante de l'action mécanique du cylindre* ***(4)*** *du vérin sur l'échelle* ***(5)*** *peut se mettre sous la forme :* $\vec{R}(4\to 5) = R_{45}\,\vec{y}_3$.

On applique le théorème du moment dynamique au point B sur le vérin (3+4) :

$$\vec{M}_B(5\to 4) + \underbrace{\vec{M}_C(0\to 3)}_{=\vec{0}\,:\,\text{pivot dans le plan}} = \underbrace{\vec{0}}_{\text{masse } négligeable} .$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{\vec{M}_C(5\to 4)}_{=\vec{0}\,:\,\text{pivot dans le plan}} + \overrightarrow{BC}\wedge\vec{R}(5\to 4) = \vec{0}$$

$\Rightarrow$ la résultante $\vec{R}(5\to 4)$ est portée par la droite (BC) = $(C,\vec{y}_3)$.

Donc $\vec{R}(5\to 4) = R_{54}\,\vec{y}_3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{R}(4\to 5) = R_{45}\,\vec{y}_3}$

NB *: Ce résultat est prévisible car le vérin (3+4) de masse négligeable est soumis à deux forces qui doivent être directement opposées : portées par (BC)=* $(C,\vec{y}_3)$

Q8. *En appliquant le théorème de la résultante dynamique au cylindre* ***(4)*** *en projection sur* $\vec{y}_3$*, exprimer* R_{45} *en fonction de* F_v*.*

Théorème de la résultante dynamique au cylindre **(4)** en projection sur $\vec{y}_3$:

$$\vec{R}(5\to 4).\vec{y}_3 + \underbrace{\vec{R}(3\to 4).\vec{y}_3}_{=\;0\;:\;pivot\ glissant\ d'axe\ \vec{y}_3} + \vec{R}(\text{Huile}\to 4).\vec{y}_3 = \underbrace{0}_{\text{masse } négligeable}$$

$$R_{54} + F_v = 0 \quad \Rightarrow \quad R_{54} = -\,F_v \quad \Rightarrow \quad \boxed{R_{45} = F_v}$$

Q9. *En isolant l'ensemble* ***(E)***={**5,6**}, *et en appliquant l'un des deux théorèmes généraux, déterminer l'effort* $\boldsymbol{F_v}$ *du vérin en fonction de l'angle* $\theta(t)$, ses dérivées, des masses et des *paramètres géométriques.*

Théorème du moment dynamique appliqué au point A sur l'ensemble **(E) = {5,6}** :

$$\overrightarrow{M_A}\left(\bar{E}\to E\right)=\overrightarrow{\delta_A}(5/0)+\overrightarrow{\delta_A}(6/0).$$

$$\overrightarrow{M_A}\left(\bar{E}\to E\right)=\overrightarrow{M_A}\left(4\to 5\right)+\underbrace{\overrightarrow{M_A}\left(0\to 5\right)}_{=\vec{0}\ :\ pivot}+\overrightarrow{M_A}\left(\text{pesanteur}\to 5\right)+\overrightarrow{M_A}\left(\text{pesanteur}\to 6\right).$$

$$\overrightarrow{M_A}\left(4\to 5\right)=\overrightarrow{M_C}\left(4\to 5\right)+\overrightarrow{AC}\wedge\vec{R}\left(4\to 5\right)=c.\vec{x}_5\wedge R_{45}.\vec{y}_3=c.R_{45}\cos\left(\theta-\beta\right).\vec{z}_0$$

$$\overrightarrow{M_A}\left(\text{pesanteur}\to 5\right)=\underbrace{\overrightarrow{M_G}\left(\vec{g}\to 5\right)}_{\vec{0}}+\overrightarrow{AG}\wedge -mg\ \vec{y}_0=\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)\vec{x}_5+\frac{h}{3}\vec{y}_5\right]\wedge -mg\ \vec{y}_0$$

$$\Rightarrow\quad \overrightarrow{M_A}\left(\text{Pesanteur}\to 5\right)=-mg\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)\cos\theta-\frac{h}{3}\sin\theta\right]\vec{z}_0$$

$$\overrightarrow{M_A}\left(\text{pesanteur}\to 6\right)=\underbrace{\overrightarrow{M_{G_P}}\left(\vec{g}\to 6\right)}_{\vec{0}}+\overrightarrow{AG_P}\wedge -Mg\ \vec{y}_0=\left[H.\vec{x}_5+x_G\vec{x}_0+\cancel{y_G\vec{y}_0}\right]\wedge -Mg\ \vec{y}_0$$

$$\Rightarrow\quad \overrightarrow{M_A}\left(\text{pesanteur}\to 6\right)=-Mg\left[H.\cos\theta+x_G\right]\vec{z}_0$$

On peut écrire :

$$\boxed{\overrightarrow{M_A}\left(\bar{E}\to E\right)=\left\{R_{45}c.\cos\left(\theta-\beta\right)-mg\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)\cos\theta-\frac{h}{3}\sin\theta\right]-Mg\left(H.\cos\theta+x_G\right)\right\}\vec{z}_0}$$

On a aussi :

$$\overrightarrow{\delta_A}(6/0)=\overrightarrow{\delta_D}(6/0)+\overrightarrow{AD}\wedge M\,\vec{\Gamma}(G_P/0)$$

On a :

$$\overrightarrow{AD}\wedge M\,\vec{\Gamma}(G_P/0)=H\ \vec{x}_5\wedge M\,\frac{d\vec{V}(G_P/0)}{dt}=H\ \vec{x}_5\wedge M\,\frac{dH\dot{\theta}\vec{y}_5}{dt}$$

$$=H\ \vec{x}_5\wedge\left(M\,H\ddot{\theta}\vec{y}_5-\cancel{M\,H\dot{\theta}^2\ \vec{x}_5}\right)+=M.H^2\ddot{\theta}\vec{z}_0$$

On sait que :

$$\overrightarrow{\delta_D}(6/0)=M.H\left[\ddot{\theta}\ \ x_G.\cos\theta+y_G.\sin\theta\ \ +\dot{\theta}^2\ \ y_G.\cos\theta-x_G.\sin\theta\ \right]\vec{z}_0$$

$$\Rightarrow\ \boxed{\overrightarrow{\delta_A}(6/0)=M.H\left[\ddot{\theta}\ \ H+x_G.\cos\theta+y_G.\sin\theta\ \ +\dot{\theta}^2\ \ y_G.\cos\theta-x_G.\sin\theta\ \right]\vec{z}_0}$$

$$\overrightarrow{\delta_A}(5/0)=\left[\frac{d\vec{\sigma}_A\ \ 5/0}{dt}\right]_{R_0}+\underbrace{\vec{V}\ \ A\in 5/0}_{=\vec{0}}\wedge M\vec{V}\ \ G_p\in 5/0$$

$$\vec{\sigma}_A\ \ 5/0\ =\overline{\overline{I}}(A,5).\vec{\Omega}\ \ 5/0\ +m\overrightarrow{AG}\wedge\underbrace{\vec{V}\ \ A\in 5/0}_{=\vec{0}}\ =\left[\underbrace{\overline{\overline{I}}(G,5)+\overline{\overline{I}}(A,G(m))}_{\text{Théotème de Huygens}}\right].\dot{\theta}\,\vec{z}_0$$

$$=\begin{bmatrix}A_A & -E_A & 0\\ -E_A & B_A & 0\\ 0 & 0 & C_A\end{bmatrix}_{b_5}\left|\begin{matrix}0\\0\\\dot{\theta}\end{matrix}\right.=C_A\dot{\theta}\,\vec{z}_0$$

Avec : $C_A=C_G+m\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)^2+\left(\frac{h}{3}\right)^2\right]$; <u>NB</u> : A ne pas calculer les termes : A_A , B_A et E_A

Ce qui donne : $\boxed{\overrightarrow{\delta_A}(5/0)=\left(C_G+m\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)^2+\left(\frac{h}{3}\right)^2\right]\right)\ddot{\theta}.\vec{z}_0}$

On déduit donc :

$$R_{45}c.\cos(\theta-\beta)-mg\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)\cos\theta-\frac{h}{3}\sin\theta\right]-Mg\left(H.\cos\theta+x_G\right)=\left(C_G+m\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)^2+\left(\frac{h}{3}\right)^2\right]\right)\ddot{\theta}$$

$$+M.H\left[\ddot{\theta}\left(H+x_G.\cos\theta+y_G.\sin\theta\right)+\dot{\theta}^2\left(y_G.\cos\theta-x_G.\sin\theta\right)\right]$$

D'après la question 4,

On a la relation (4) : $c.\dot{\theta}.\cos(\theta-\beta)=\dot{y}(t)$

et on aussi la relation (5) : $\dot{y}(t)=\dfrac{c}{\sqrt{\left(b-c\cos\theta\right)^2+\left(c\sin\theta+a\right)^2}}\dot{\theta}.\left(a\cos\theta+b\sin\theta\right)$

$$\Rightarrow\ c.\cos(\theta-\beta)\ =\frac{c}{\sqrt{\left(b-c\cos\theta\right)^2+\left(c\sin\theta+a\right)^2}}\left(a\cos\theta+b\sin\theta\right).$$

D'après la question 8, on a : $R_{45} = F_v$.

On trouve donc la deuxième équation différentielle de mouvement permettant la détermination de l'effort F_V :

$$\boxed{F_v = \frac{\sqrt{(b - c\cos\theta)^2 + (c\sin\theta + a)^2}}{c(a\cos\theta + b\sin\theta)}\left\{g\left(m\left[\left(\frac{L}{2} - d\right)\cos\theta - \frac{h}{3}\sin\theta\right] + M\left[H.\cos\theta + x_G\right]\right) + \left(C_G + m\left[\left(\frac{L}{2} - d\right)^2 + \left(\frac{h}{3}\right)^2\right]\right)\ddot{\theta} + M.H\left[\ddot{\theta}\left(H + x_G.\cos\theta + y_G.\sin\theta\right) + \dot{\theta}^2\left(y_G.\cos\theta - x_G.\sin\theta\right)\right]\right\}}$$

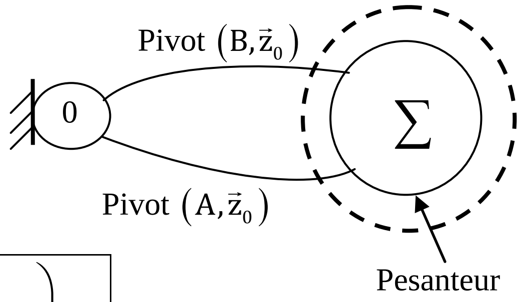
***Q10.** En isolant l'ensemble des pièces en mouvement, et en appliquant le théorèmes de l'énergie cinétique, retrouver l'expression l'effort **F_v** du vérin en fonction de l'angle* $\theta(t)$,ses dérivées, des masses et des *paramètres géométriques.*

Soit l'ensemble des pièces en mouvement : ∑ =3+4+huile+5+6+moteur .

- Energie cinétique de l'ensemble (∑) : $T(\Sigma/0) = \underbrace{T(3/0)}_{=0} + \underbrace{T(4/0)}_{=0} + T(5/0) + T(6/0)$

$$T(5/0) = \frac{1}{2}\vec{\sigma}_A(5/0).\vec{\Omega}(5/0) = \frac{1}{2}\left[\left(C_G + m\left[\left(\frac{L}{2} - d\right)^2 + \left(\frac{h}{3}\right)^2\right]\right)\dot{\theta}\,\vec{z}_0\right].\dot{\theta}\,\vec{z}_0$$

$$\Rightarrow \quad T(5/0) = \frac{1}{2}\left(C_G + m\left[\left(\frac{L}{2} - d\right)^2 + \left(\frac{h}{3}\right)^2\right]\right).\dot{\theta}^2.$$



$$T(6/0) = \frac{1}{2}M\left[\vec{V}\left(G_p \in 6/0\right)\right]^2 = \frac{1}{2}M.H^2.\dot{\theta}^2.$$

Donc : $\boxed{T(\Sigma/0) = \frac{1}{2}\left(C_G + m\left[\left(\frac{L}{2} - d\right)^2 + \left(\frac{h}{3}\right)^2\right] + M.H^2\right).\dot{\theta}^2}$

- Calcul de puissances extérieures :

$$P(\overline{\Sigma} \to \Sigma / R_0) = \underbrace{P(0 \to 3/R_0)}_{=0\ :\ Bati(0)=R_0} + \underbrace{P(0 \to 5/R_0)}_{=0\ :\ Bati(0)=R_0} + P(pes \to 5/R_0) + P(pes \to 6/R_0)$$

$$P(pes \to 5/R_0) = -mg\vec{y}_0.\vec{V}\ \ G \in 5/R_0 \ = -mg\vec{y}_0 \cdot \left[\frac{d\left((\frac{L}{2} - d)\cdot\vec{x}_5 + \frac{h}{3}\cdot\vec{y}_5\right)}{dt}\right]_{R_0}$$

$$\Rightarrow \quad P(pes \rightarrow 5/R_0) = -mg\vec{y}_0.\left[(\frac{L}{2}-d)\dot{\theta}\cdot\vec{y}_5 - \frac{h}{3}\dot{\theta}\cdot\vec{x}_5\right] = -mg\dot{\theta}\left[(\frac{L}{2}-d)\cos\theta - \frac{h}{3}\sin\theta\right]$$

$$P(pes \rightarrow 6/R_0) = -Mg\vec{y}_0.\vec{V}\ G_p \in 6/R_0 \ = -Mg\vec{y}_0.H\dot{\theta}\vec{y}_5 = -MgH\dot{\theta}\cos\theta$$

On aura : $\boxed{P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R_0) = -g\dot{\theta}\left(m\left[(\frac{L}{2}-d)\cos\theta - \frac{h}{3}\sin\theta\right] + MH\cos\theta\right)}$

- Calcul de puissances intérieures :

$$P_{\text{int}}(\Sigma) = \underbrace{P(3 \xleftrightarrow{Liaison} 4)}_{=0\ :liaison\ parfaite} + P(3 \xleftrightarrow{huile} 4) + \underbrace{P(4 \xleftrightarrow{Liaison} 5)}_{=0\ :liaison\ parfaite} + \underbrace{P(5 \xleftrightarrow{Liaison} 6)}_{=0\ :liaison\ parfaite} + P(5 \xleftrightarrow{Mot} 6).$$

$$P(3 \xleftrightarrow{huile} 4) = \ \mathcal{T}(3\rightarrow 4)\ _C \otimes\ \mathcal{V}(4/3)\ _C = \begin{Bmatrix} F_v\vec{y}_3 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(4/3) \\ \vec{V}(c \in 4/3) \end{Bmatrix}_C = F_v\vec{y}_3.\vec{V}(c \in 4/3) = F_v.\dot{y}(t)$$

$$P(5 \xleftrightarrow{Mot} 6) = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m\vec{z}_0 \end{Bmatrix}_D \otimes \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(6/5) \\ \vec{V}(D \in 6/5) = \vec{0} \end{Bmatrix}_D = C_m\vec{z}_0.\vec{\Omega}(6/5) = C_m\vec{z}_0.\left[\underbrace{\vec{\Omega}(6/0)}_{=\vec{0}} - \vec{\Omega}(5/0)\right] = -C_m.\dot{\theta}$$

On aura : $\boxed{P_{\text{int}}(\Sigma) = F_v.\dot{y}(t) - C_m.\dot{\theta}}$

TEC appliqué à Σ : $P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R_0) + P_{\text{int}}(\Sigma) = \dfrac{dT(\Sigma/R_0)}{dt}$

$$\Rightarrow \quad -g\dot{\theta}\left(m\left[(\frac{L}{2}-d)\cos\theta - \frac{h}{3}\sin\theta\right] + MH\cos\theta\right) + F_v.\dot{y}(t) - C_m.\dot{\theta}$$

$$= \left(C_G + m\left[\left(\frac{L}{2}-d\right)^2 + \left(\frac{h}{3}\right)^2\right] + M.H^2\right).\dot{\theta}.\ddot{\theta}$$

D'après la question 4, relation (5) : $\dot{y}(t) == \dfrac{c}{\sqrt{(b - c\cos\theta)^2 + (c\sin\theta + a)^2}}\dot{\theta}.(a\cos\theta + b\sin\theta)$

Et d'après la question 5 :

$$\mathrm{C_m} = M\left\{gx_G + H\left[\ddot{\theta}\left(x_G.\cos\theta + y_G.\sin\theta\right) + \dot{\theta}^2\left(y_G.\cos\theta - x_G.\sin\theta\right)\right]\right\}$$

On trouve donc la même expression de F_V :

$$\boxed{\begin{aligned} \mathrm{F_v} = \frac{\sqrt{(\mathrm{b} - \mathrm{c}\cos\theta)^2 + (\mathrm{c}\sin\theta + \mathrm{a})^2}}{\mathrm{c}(\mathrm{a}\cos\theta + \mathrm{b}\sin\theta)}&\left\{\mathrm{g}\left(\mathrm{m}\left[\left(\frac{\mathrm{L}}{2} - \mathrm{d}\right)\cos\theta - \frac{\mathrm{h}}{3}\sin\theta\right] + \mathrm{M}\left[\mathrm{H}.\cos\theta + \mathrm{x_G}\right]\right)\right. \\ &\left. + \left(\mathrm{C_G} + \mathrm{m}\left[\left(\frac{\mathrm{L}}{2} - \mathrm{d}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{h}}{3}\right)^2\right]\right)\ddot{\theta} + \mathrm{M.H}\left[\ddot{\theta}\left(\mathrm{H} + \mathrm{x_G}.\cos\theta + \mathrm{y_G}.\sin\theta\right) + \dot{\theta}^2\left(\mathrm{y_G}.\cos\theta - \mathrm{x_G}.\sin\theta\right)\right]\right\} \end{aligned}}$$