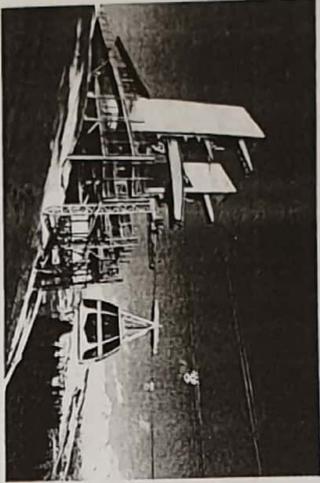


Etude du téléphérique Vanoise Express



1. Présentation du téléphérique Vanoise Express

Le téléphérique Vanoise Express relie les domaines skiables de La Plagne et Les Arcs.

C'est un téléphérique sans pylônes, d'une seule portée de gare à gare, ce qui permet de diminuer l'impact sur l'environnement et de préserver la beauté du paysage.

L'utilisation de cabines à deux étages permet de réduire le volume des cabines et des gares, améliorant l'esthétique de l'ensemble (voir photo 1)

La solution retenue est constituée de deux lignes parallèles portant chacune une seule cabine. Contrairement à la plupart des téléphériques, **les deux lignes sont entièrement indépendantes**, ce qui signifie qu'une cabine n'est pas le contre poids de l'autre. Ainsi, en cas de problème sur une cabine, la liaison entre les deux stations n'est pas interrompue.



Photo 1

L'étude qui suit ne porte que sur une seule ligne et donc une seule cabine

Le schéma de principe d'une ligne est donné en **annexe 1**. La capacité de chaque cabine est de 200 personnes. La puissance installée de 1060 kW par cabine autorise un débit maximum de 100 personnes à l'heure dans chaque sens et par cabine. Chaque ligne est composée principalement de deux câbles porteurs (rails) et d'un câble tracteur (voir photo 2).



Photo 2 : Vue d'une ligne du téléphérique

Câbles porteurs
Câble tracteur
Cavalier

1/11

La particularité de ce téléphérique est que les deux gares reliées sont sensiblement à la même altitude (1630m pour Les Arcs et 1560 m pour La Plagne) **Dans toute l'étude qui suit, on négligera cette différence d'altitude** (voir photo 3).

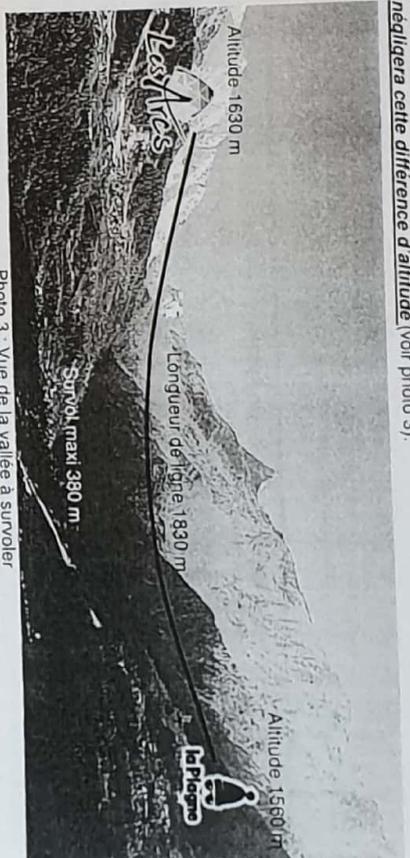


Photo 3 : Vue de la vallée à survoler

Schema de la salle des machines : Voir annexe 1
Photographies de la salle des machines : Voir annexe 2

2- Vérification des performances de l'asservissement en vitesse du téléphérique

Dans ce qui suit, on desire respecter les critères suivants du cahier des charges partiel :

| Fonction | Critère | Niveau |
|---------------------|--|------------------------------------|
| Asservir en vitesse | Ecart statique : | $\epsilon_s = 0$ |
| | <ul style="list-style-type: none"> Pour une consigne en échelon Pour une perturbation en échelon | $\epsilon_w = 0$ |
| | Ecart de traînage (ou écart dynamique) en vitesse en l'absence de perturbations | $\epsilon_v = 0$ |
| | Marge de phase | $M\phi \geq 45^\circ$ |
| | Pulsation de coupure en boucle ouverte (pulsation pour laquelle le gain en boucle ouverte vaut 0dB) | $\omega_{0dB} \geq 1 \text{ rd/s}$ |

Afin de respecter les consignes de vitesse pour un trajet entre « Les Arcs » et « La Plagne », **Erreur ! Source du renvoi introuvable. Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, il est nécessaire que l'asservissement de vitesse des moteurs à courant continu ait des qualités en précision, stabilité et rapidité.

Documents : Voir annexe 1 pour certaines données (diamètre de la poulie motrice $D=4m$, rapport de réduction $k=1/20$...).

Modélisation des moteurs à courant continu

Notations :

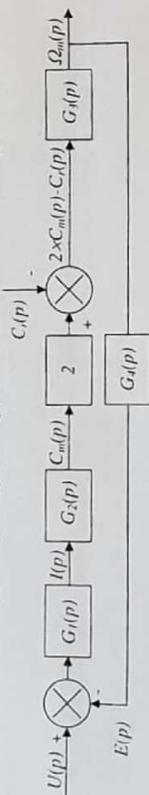
- On notera $F(p)$ la transformée de Laplace d'une fonction du temps, $f(t)$.
- $u(t)$ Tension d'alimentation des moteurs

- $i(t)$ Intensité traversant un moteur
- $e(t)$ Force contre électromotrice d'un moteur
- $\omega_m(t)$ Vitesse de rotation d'un moteur
- $c_m(t)$ Couple d'un seul moteur
- $c_r(t)$ Couple de perturbation engendré par le poids du téléphérique dans une pente et par l'action du vent, ramené sur l'axe des moteurs.

Hypothèses et données :

- On suppose les conditions initiales nulles
- Les deux moteurs sont et fonctionnent de manière parfaitement identique.
- $L=0.59$ mH Inductance d'un moteur
- $R=0.0386$ Ω Résistance interne d'un moteur
- $f=6$ N.m.s/rad Coefficient de frottement visqueux équivalent ramené sur l'axe des moteurs
- $J=800$ kg.m² Moment d'inertie total des pièces en rotation, ramené sur l'axe des moteurs
- $c_m(t) = k_T \cdot i(t)$ avec $k_T = 5.67$ Nm/A (constante de couple d'un moteur)
- $e(t) = k_E \cdot \omega_m(t)$ avec $k_E = 5.77$ Vs/rad (constante électrique d'un moteur)
- Equations de la dynamique: $2 \times c_m(t) - c_r(t) = J \cdot \dot{\omega}_m(t) + f \cdot \omega_m(t)$

Question 1. : Le schéma bloc de la double motorisation étant fourni ci-après, déterminez les fonctions de transfert $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$ écrites dans le domaine de Laplace.



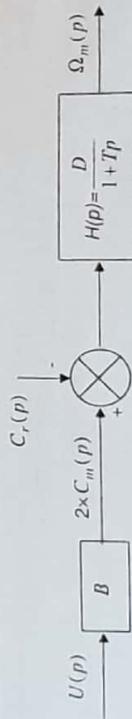
Question 2. : $\Omega_m(p)$ peut se mettre sous la forme : $\Omega_m(p) = F_1(p) \times U(p) - F_2(p) \times C_r(p)$ Exprimez les fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ en fonction de $G_1(p)$, $G_2(p)$, $G_3(p)$ et $G_4(p)$.

On donne en annexe 3 les résultats d'une simulation réalisée sur l'ensemble de la motorisation, constituée des deux moteurs à courant continu.

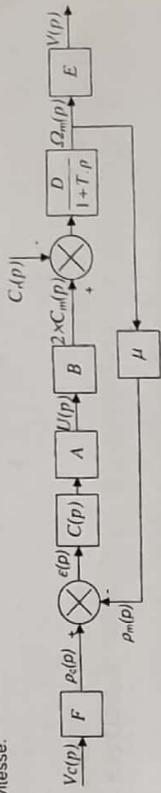
- La première courbe représente la réponse en vitesse à un échelon de tension $u(t)$ d'amplitude 100 V (le couple de perturbation $c_r(t)$ est nul).
- La seconde courbe représente la réponse en vitesse à un échelon de couple de perturbation $c_r(t)$ d'amplitude 1000 N.m (la tension $u(t)$ est nulle).

Question 3. : Choisissez et justifiez un modèle d'identification de ces fonctions (premier ordre, second ordre etc...). Déterminez **numériquement** les deux fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ par identification.

En faisant l'approximation que les deux fonctions $F_1(p)$ et $F_2(p)$ ont sensiblement le même dénominateur, le schéma bloc ci-dessus peut se mettre sous la forme suivante :



Question 4. : Donnez la valeur **numérique** des trois constantes B , D et T . La motorisation modélisée ci-dessus est insérée dans une boucle d'asservissement de vitesse.

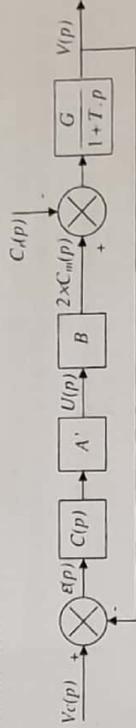


- La consigne de vitesse $v_c(t)$ est donnée en entrée. Elle est convertie en une tension $\rho_c(t)$ avec le gain μ .
- Une génératrice tachymétrique de gain $\mu=0.716$ V.s/rad transforme la vitesse de rotation $\omega_m(t)$ du moteur en une tension $\rho_m(t)$.
- Un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ corrige la différence $e(t) = \rho_c(t) - \rho_m(t)$ et l'envoie à un amplificateur de gain A , qui alimente les deux moteurs électriques.
- La vitesse de rotation des moteurs $\omega_m(t)$ est transformée en vitesse du téléphérique $v(t)$ avec le gain μ .

Question 5. :

- Déterminez l'expression du gain μ , E , μ . Faire une application numérique.
- Pour que $e(t)=0$ entraîne $v(t)=v(t)$, montrer que : $\frac{\mu}{F \cdot E} = 1$.
- Faire une application numérique pour F .

Par transformation du schéma bloc, le système est mis en retour unitaire. On obtient le résultat ci-dessous :



Les coefficients E et F calculés précédemment sont intégrés dans les nouveaux coefficients A' et G .

Question 6. :

Donner l'expression de A' et G en fonction de A , F , E et D .

Pour la suite, on continuera avec les valeurs suivantes :

$$A' \times B = 3 \times 10^4 \text{ s.N} ; G = 6 \times 10^5 \text{ m/(s.N.m)} \text{ et } T = 0.47 \text{ s.}$$

On se propose de tester successivement 3 correcteurs, et de retenir celui qui permet de respecter le cahier des charges.

Utilisation d'un correcteur proportionnel : $C(p) = C_0$

Question 7. : Justifiez en quelques mots que le système est stable avec ce correcteur.

Question 8. : On suppose $C_1(p) \neq 0$. Calculez en fonction de $C_0, A', B, G, et V_0$ l'expression de l'écart statique en suivi de consigne ϵ_s engendré par une consigne en échelon d'amplitude $V_0 = 12$ m/s. Faire l'application numérique, pour $C_0 = 1$.

- Question 9. :** On suppose $V_c(p) = 0$.
1. Calculez en fonction de $C_0, A', B, G, et C_n$ l'expression de l'écart statique en régulation ϵ_s engendré par une perturbation échelon d'amplitude $C_n = 7270$ N/m qui modéliserait la descente des "Arcs". Faire l'application numérique, pour $C_0 = 1$.
 2. Faire également une application numérique si $C_n = 7460$ N/m pour la modélisation de la montée vers "La Plage". (Pour $C_0 = 1$).

Question 10. : Existe-t-il une valeur réalisable de C_n pour laquelle le critère "Ecart statique" serait vérifié ? Justifiez.

→ **Utilisation d'un correcteur intégral :**

$$C(p) = \frac{C_1}{p}$$

Question 11. : Donnez l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte du système, notée $H_{BO}(p)$. Faire l'application numérique pour $C_1 = 1$.

Question 12. : Tracez, sur le **document-réponse**, le diagramme asymptotique de Bode de $H_{BO}(p)$. Tracez également l'allure des courbes.

Question 13. :

1. Quelles valeurs numériques de C_1 permettent de respecter le critère de "Marge de phase" du cahier des charges ?
2. Ces valeurs numériques de C_1 permettent-elles de respecter le critère de "Pulsation de coupure en boucle ouverte" du cahier des charges ? Justifiez.

Question 14. :

1. On suppose $C_1(p) \neq 0$. Calculez **numériquement** l'écart statique en suivi de consigne ϵ_s engendré par une consigne en échelon d'amplitude $V_0 = 12$ m/s.
2. On suppose $V_c(p) = 0$. Calculez **numériquement** l'écart statique en régulation ϵ_s engendré par une perturbation échelon d'amplitude $C_n = 7270$ N/m qui modéliserait la descente des "Arcs".
3. Le critère "Ecart statique" est-il vérifié ? Justifiez.

Question 15. : On suppose $C_1(p) \neq 0$.

Calculez l'expression de l'écart de traînage ϵ_t engendré par une consigne en rampe unitaire. Existe-t-il une valeur de C_1 réalisable qui permette de vérifier le critère "Ecart de traînage" ? Justifiez.

→ **Utilisation d'un double correcteur intégral et d'un correcteur à avance de phase :**

On décide d'utiliser le correcteur $C(p) = C_0(p) \times \frac{1}{p^2}$, produit de la fonction $C_0(p) = K \frac{1 + \tau_1 p}{1 + a \tau_1 p}$

avec : $0 < a < 1$ (correcteur dont la fonction est d'ajouter de la phase) et d'un double intégrateur.

On donne en annexe 4 le diagramme de Bode de la fonction $H(p) = \frac{A'BG}{p^2(1+T_1p)}$, qui est la fonction de transfert en boucle ouverte du système sans $C_0(p)$ (c'est à dire pour $C_0(p) = 1$).

Question 16. : Justifier ce tracé.

Question 17. : Montrez que le système n'est pas stable sans la fonction $C_0(p)$?

La fonction $C_0(p)$ va nous permettre de stabiliser le système, et de respecter les critères de "Marge de phase" et de "Pulsation de coupure en boucle ouverte". Pour cela, il faut suivre la démarche suivante :

Question 18. : Combien de degrés de phase faut-il ajouter à la pulsation 1 rad/s pour obtenir une phase de -135° ?

Question 19. : Tracez, en fonction de a, τ et K , les diagrammes asymptotiques de Bode (amplitude et phase) du correcteur $C_0(p) = K \frac{1 + \tau_1 p}{1 + a \tau_1 p}$ avec : $0 < a < 1$.

Précisez clairement les amplitudes ou les phases de **toutes les asymptotes horizontales** en fonction des différents paramètres. Précisez de même les pulsations des points particuliers.

Question 20. : La phase maximum φ_{max} ajoutée par $C_0(p)$ peut être calculée par la formule : $\sin \varphi_{max} = \frac{1-a}{1+a}$. Calculez **numériquement** a pour obtenir la remontée de phase déterminée sur le diagramme de Bode à la question 18.

Question 21. : Pour cette question, on devra utiliser les propriétés de symétrie de la courbe de phase.

1. Donnez l'expression en fonction de a et τ de la pulsation ω pour laquelle la courbe de phase atteint son maximum.
2. En déduire la valeur numérique de τ pour que φ_{max} soit ajoutée à la pulsation 1 rad/s.

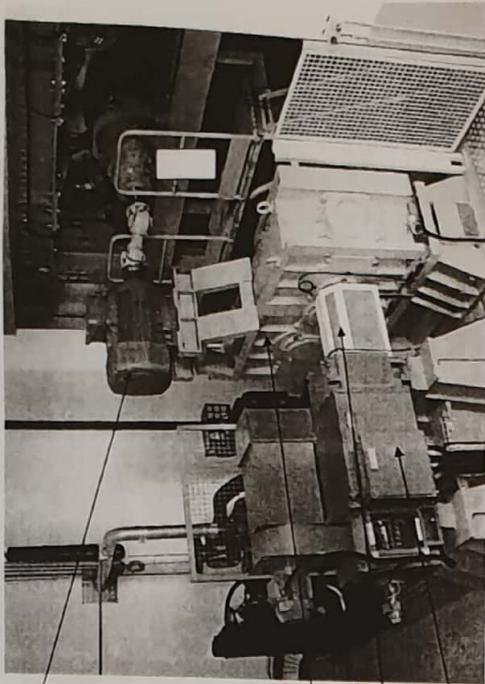
Question 22. : Calculez **numériquement** la valeur à donner à K pour respecter les critères de "Marge de phase" et de "Pulsation de coupure en boucle ouverte" du cahier des charges ? Précisez la démarche utilisée.

Question 23. :

1. Les critères "Ecart statique" et "Ecart de traînage" (ou écart dynamique) en vitesse en l'absence de perturbations "sont-ils vérifiés" ? Justifiez.
2. Ce correcteur permet-il de vérifier les critères du cahier des charges ? Justifiez.

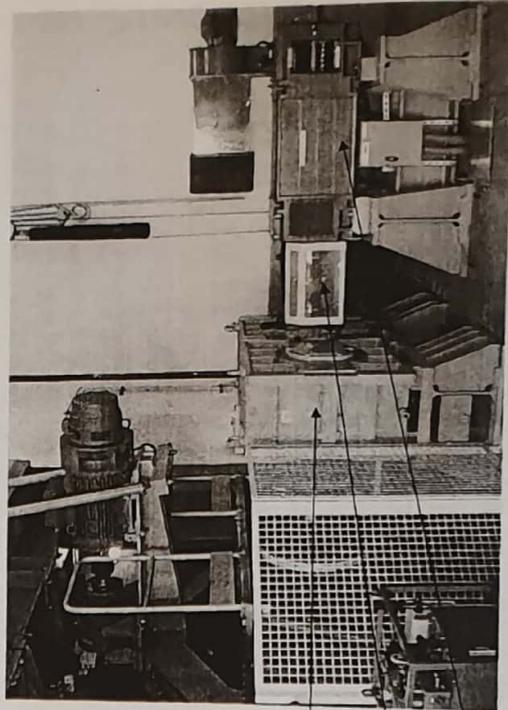
Annexe 2

Photographies de la salle des machines du Vanoise Express



- Moteur de secours
- Réducteur gauche
- Accouplement élastique
- Moteur gauche

Photo 5 : Salle des machines côté gauche



- Réducteur droit
- Accouplement élastique
- Moteur droit

Photo 6 : Salle des machines côté droit

Annexe 1

Schéma de principe d'une des deux lignes du téléphérique :

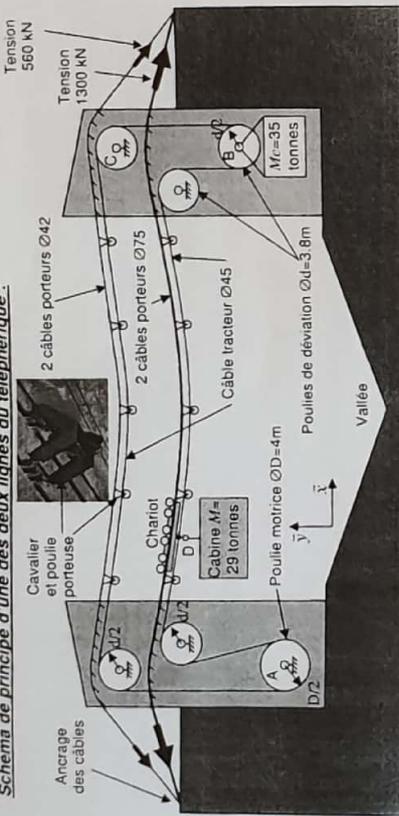
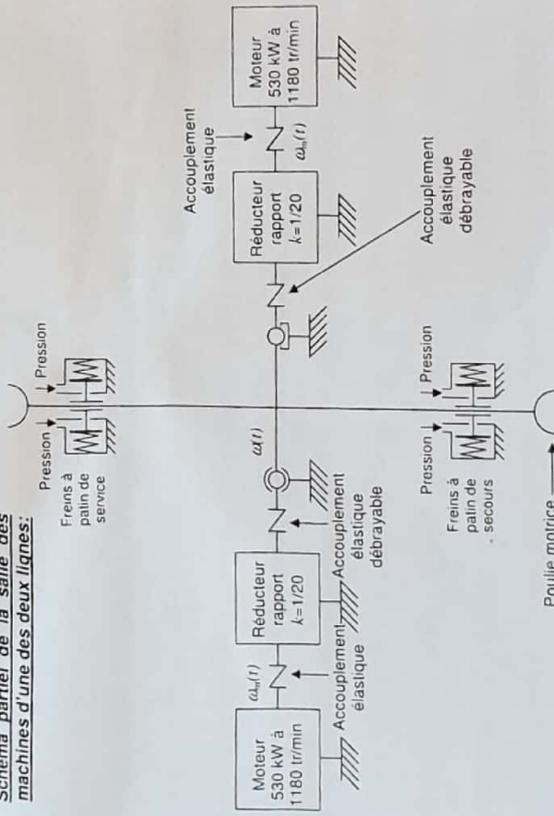


Schéma partiel de la salle des machines d'une des deux lignes :

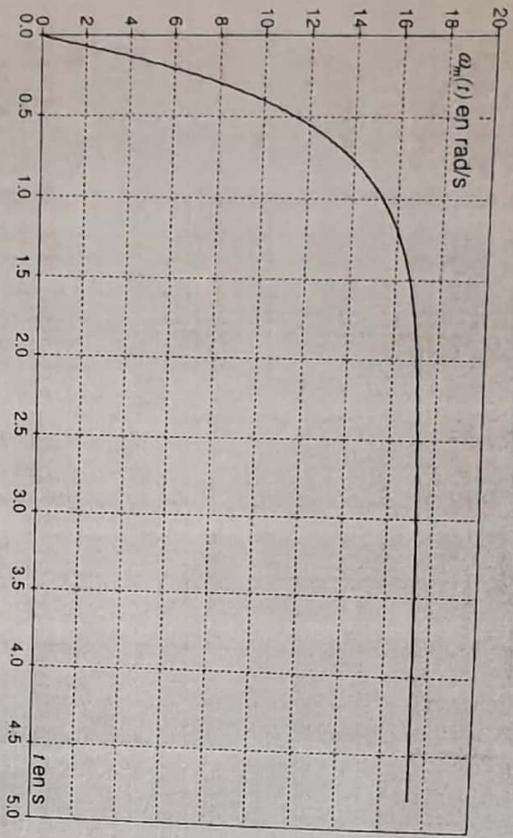


Définition de k :

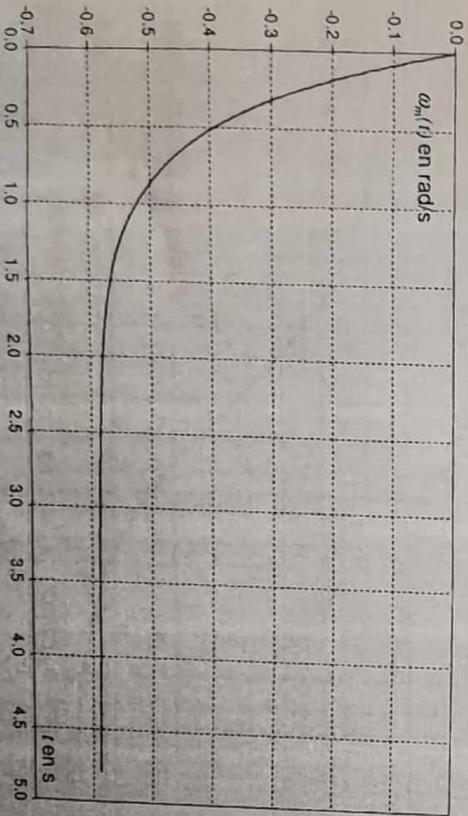
$$k = \frac{\omega(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{20}$$

Annexe 3

Réponse en vitesse à un échelon de tension $u(t)$ d'amplitude 100 V.



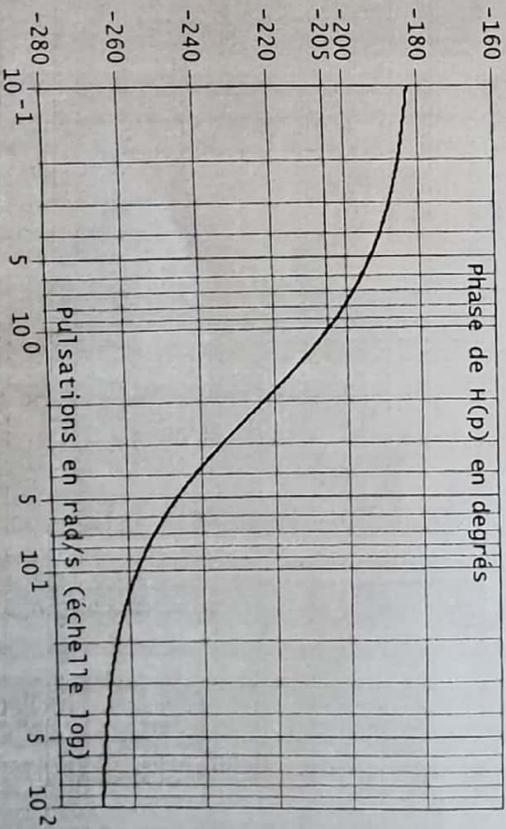
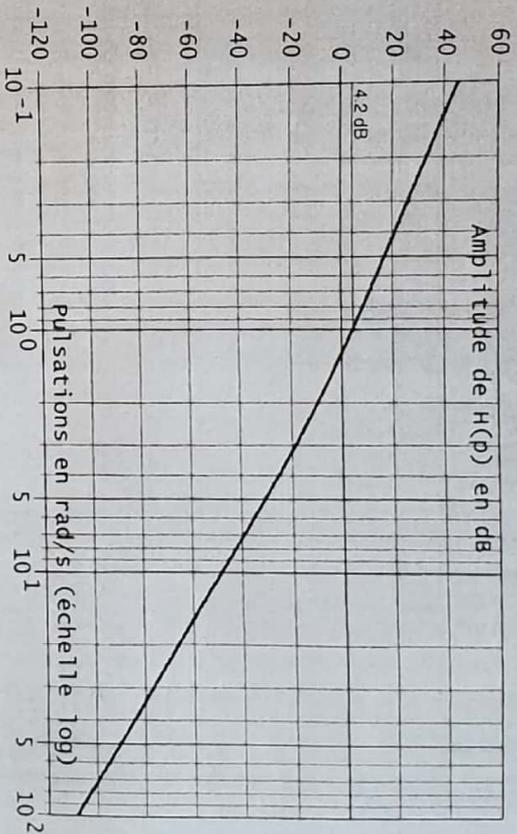
Réponse en vitesse à un échelon de couple de perturbation $c_d(t)$ d'amplitude 1000 N.m.



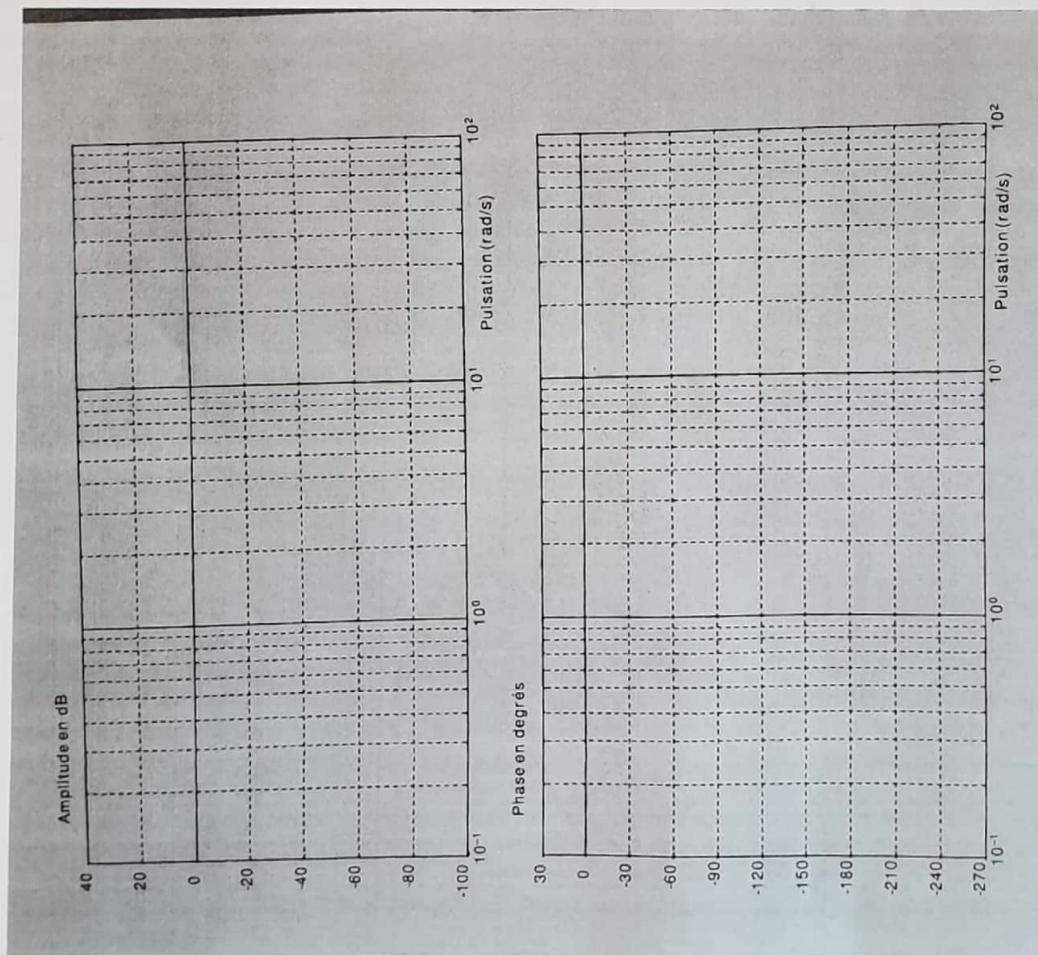
9/11

Annexe 4

Diagramme de Bode de la fonction $H(p) = \frac{A.B.G}{p^2.(1+T.p)}$



10/11



~~corrigé~~

TD 9 - ALCI - E3A

Q1] $C_m(t) = K_T \cdot i(t)$

$e(t) = K_E \cdot \omega_m(t)$

$2C_m(t) - C_r(t) = J \omega_m(t) + f \omega_m(t)$

$M(t) = R_i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$

$C_m(p) = K_T \cdot I(p)$

$E(p) = K_E \cdot \Omega_m(p)$

$2C_m(p) - C_r(p) = (Jp + f) \Omega_m(p)$

$L I(p) = (R + Lp) I(p) + E(p)$

$\Rightarrow G_u(p) = K_E, G_2(p) = K_T, G_3(p) = \frac{1}{f + Jp}, G_H(p) = \frac{1}{R + Lp}$

Q2] * $F_1(p) = \frac{\Omega_m}{LI} \Big|_{C_r=0} \Rightarrow F_1(p) = \frac{2G_1 G_2 G_3}{1 + 2G_1 G_2 G_3 G_4}$

* $F_2(p) = \frac{\Omega_m}{-C_r} \Big|_{U=0} \Rightarrow F_2(p) = \frac{G_3}{1 + 2G_1 G_2 G_3 G_4}$

Q3] - val initial = 0
- val final finie
- Point à l'origine ≠ 0

$\hookrightarrow \omega_m(\infty) = K_A L_0 = 17,2 \text{ rad/s}$

dc $K_A = \frac{17,2}{100} = 0,172 \text{ rad/s}$

$\hookrightarrow \omega_m(T_{5\%}) = 0,95 \times 17,2 = 16,34$

et $T_{5\%} = 3T_G$ on trouve $T_G = 0,5s$

D'où

$F_1(p) = \frac{17,2}{1 + 0,5p}$

$\Rightarrow F_2(p) = \frac{K_2}{1 + T_G p} \hookrightarrow \omega_m(\infty) = K_2 \cdot C_{r0} = -0,59 \text{ rad/s}$

$K_2 = -5,9 \cdot 10^{-4} \text{ rd} \cdot \text{s}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ v}^{-1} \hookrightarrow T_G = 0,5s$

d'où $F_2(p) = \frac{-5,9 \cdot 10^{-4}}{1 + 0,5p}$

Q4] $\Omega_m(p) = F_1(p) \cdot U(p) - F_2(p) \cdot C_r(p)$

$\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{K_1}{1 + T_G p} U(p) - \frac{K_2}{1 + T_G p} C_r(p)$

$\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{K_2}{1 + T_G p} \left[\frac{K_1}{K_2} U(p) - C_r(p) \right]$

$\Rightarrow \Omega_m(p) = [U(p)B - C_r(p)] H(p)$

$\hookrightarrow B = \frac{K_1}{K_2}, D = K_2, T = T_G$

Q5] Q4) \Rightarrow on a $V(t) = R_{polie} \cdot \omega_{polie}(t)$

et $\omega_{polie} = K \cdot \omega_m(t)$ donc $V(p) = K R_{polie} \cdot \Omega_m(p)$

Ainsi $E = \frac{V(p)}{\Omega_m(p)} = K_{polie} = 0,1 \text{ m}$

Q6) $\Rightarrow E(t) = e_a(t) \cdot e_m(t) = V_c(t) \cdot F \cdot \omega_m(t) \cdot N$

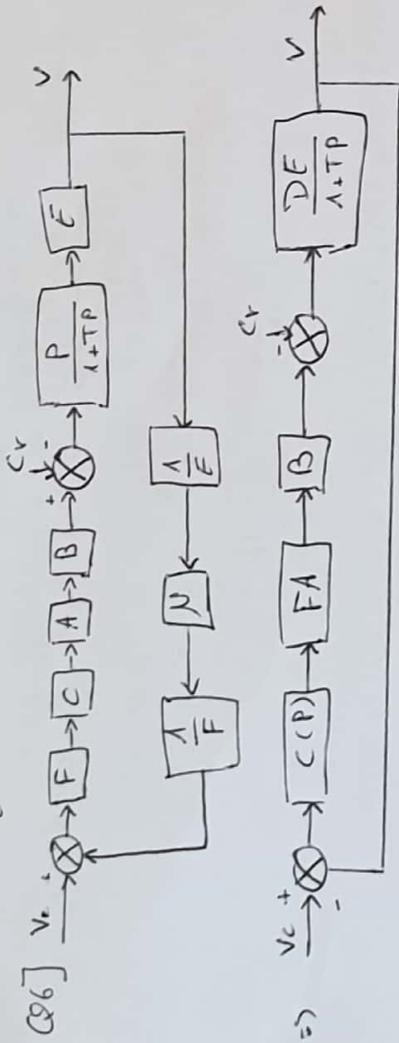
$E(t) = F \cdot V_c(t) \cdot N \frac{1}{E} \cdot V(t)$

d'où $V_c(t) = V(t)$

$E(t) = V_c(t) [F \cdot \frac{N}{E}] = 0$

Q7) $F = \frac{N}{E} \Leftrightarrow \frac{N}{E \cdot F} = 1$

③ ⇒ $F = \frac{N}{E} \approx 7,16 \text{ V.s. rad}^{-1} \text{ m}^{-1}$



↳ $A' = AF$, $G = ED$

④7] ou $H_{BO}(P) = \frac{CoT' + BG}{1+TP}$ d'ordre 1

donc la FTBF est d'ordre 1
D'où l'arrivissement est stable VCo

④8] $\alpha_{Bo} = 0$ Echelon ⇒ $E_s' = \frac{V_o}{1 + CoT'BG}$

AN: $E_s' = \frac{12}{1 + 1,8Co}$ Pour $Co = 1 \Rightarrow E_s' = 4,28 \text{ m.s}^{-1}$

④9] $E_s'' = \lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = \lim_{P \rightarrow 0} P E(P)$

$E(P) = -V(P) + \frac{V(P)}{-Cr(P)}$ et $\frac{V(P)}{-Cr(P)} = \frac{G}{1+TP} = \frac{G}{1 + \frac{GA'BCo}{1+TP}}$

⇒ $E(P) = Cr(P) \cdot \frac{G}{1 + GA'BCo + TP}$

$E_s'' = \lim_{P \rightarrow 0} P \cdot \frac{G}{1 + GA'BCo + TP} \cdot \frac{Cr_o}{P}$

⇒ $E_s'' = \frac{G \cdot Cr_o}{1 + GA'BCo}$

① ⇒ Pour $Co = 1 \Rightarrow E_s'' = -0,15 \text{ m/s}$

② ⇒ $E_s'' = 0,16 \text{ m/s}$

④11] $H_{Bo}(P) = \frac{A'BGCo}{P(1+TP)}$ pour $Co = 1 \Rightarrow H_{Bo}(P) = \frac{A'BG}{P(1+TP)}$

④12]

| w | 1/T | ∞ |
|------------------|------|-------|
| A'BG | 0 | 0 |
| 1/P | -20 | -20 |
| $\frac{1}{1+TP}$ | 0 | -20 |
| GdB | -20 | -40 |
| φ | -90° | -180° |

④13] ⇒ Pour que MP = 45°, il faut que la courbe de gain monte de +3 dB ⇒ $20 \log Ci = 3 \text{ dB}$ dc $Ci = 1,41$

Pour satisfaire l'exigence MP > 45°, il faut que :

④ ⇒ Pour que $w_{0dB} = 1 \text{ rd/s}$, il faut que la courbe de gain

de -20 dB ⇒ $Ci = 0,79$

• MP > 45° ⇒ $0 < Ci < 1,41$

• $w_{0dB} > 1 \text{ rd/s} \Rightarrow Ci > 0,79$

dc pour satisfaire les deux exigences :

$0,79 < Ci < 1,41$

④14] $H_{Bo}(P) = \frac{Ci A'BG}{P(1+TP)} - K_{Bo}$

$\lambda \Rightarrow \alpha_{Bo} = 1$
 entrée échelonnée } $\Rightarrow \mathcal{E}_s' = 0$

Q14) La FT en amont de la pert : $H(P) = C(P) \cdot A'B = \frac{A'B C_i}{P}$
 De classe 1 $\Rightarrow \mathcal{E}_{sp}'' = 0$

Q15) oui

Q15] $\alpha_{Bo} = 1$
 entrée rampe } $\Rightarrow \mathcal{E}_v = \frac{N_o}{K_{Bo}} = \frac{N_o}{C_i A' B G}$

$H_{Bo.c}(P) = \frac{A' B G}{1 + T P} \cdot \frac{1}{P} \cdot C_o(P)$
 \downarrow $H(P)$

Q16] $\alpha_{H(P)} = 2 \rightarrow \phi_{passes} = -180^\circ$: vérifié
 fréquences

$\bullet \eta_{H(P)} = 3 \rightarrow \phi_{hautes} = -270^\circ$: vérifié
 fréquences

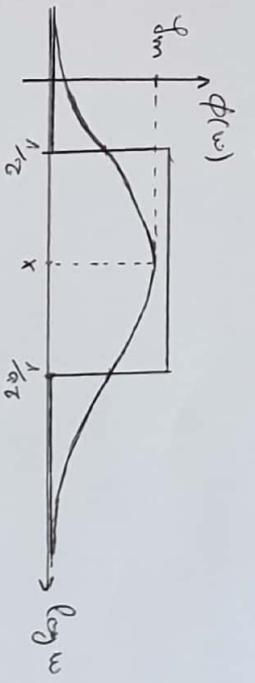
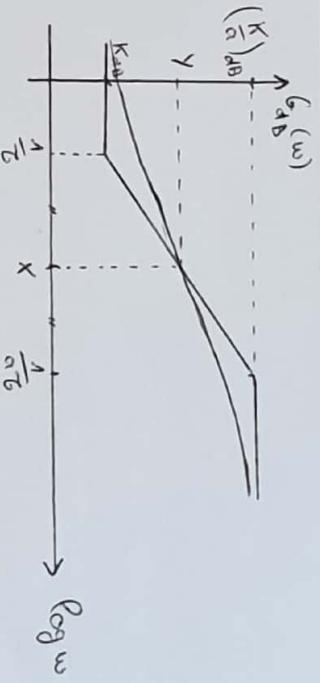
\bullet La seule pulsation de cassure : $\omega_c = \frac{1}{T} \approx 2,12 \text{ rd/s}$
 $\phi(\frac{1}{T}) = -225^\circ$: vérifié

Q17] D'après le critère du revers, le système est instable.

Q18] Pour que $\phi(1) = -135^\circ$ au lieu de -225° , il faut ajouter une phase de $+90^\circ$

Q19] $C_a(P) = \frac{K(1+TP)}{1+ATP}$
 $= (K) \cdot \left(\frac{1}{1+ATP} \right) \cdot \left(\frac{1}{1+TP} \right)^{-1}$
 \downarrow H_1 \downarrow H_2 \downarrow H_3

| | | | | |
|----------|----|----------------------|----------------------|-----------|
| ω | 0 | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $+\infty$ |
| H_1 | 0 | 0 | 0 | |
| H_2 | 0 | 0 | -20 | |
| H_3 | 0 | +20 | +20 | |
| G_{dB} | 0 | +20 | 0 | |
| ϕ | 0° | +90° | 0° | |



Q20] $\sin \varphi_m = \frac{1-a}{1+a}$, Pour $\varphi_m = 70^\circ$
 $(1+a) \sin \varphi_m = 1-a \Rightarrow a \sin \varphi_m + a = 1 - \sin \varphi_m$
 $\Rightarrow a(1 + \sin \varphi_m) = 1 - \sin \varphi_m$

dc $a = \frac{1 - \sin \varphi_m}{1 + \sin \varphi_m} \approx 0,03$

Q21] $\text{Log } X = \frac{\text{Log}(\frac{1}{\sqrt{2}}) - \text{Log}(\frac{1}{\sqrt{2}})}{2} + \text{Log} \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $= \frac{\text{Log}(\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}})}{2} + \text{Log} \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $X = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{2}}$

$$Y_{dB} = \frac{[(\frac{K}{a})_{dB} - K_{dB}]}{2} + K_{dB}$$

$$\Rightarrow 20 \log Y = \frac{20 \log(\frac{K}{a}) - 20 \log(K)}{2} + 20 \log K$$

$$\Rightarrow 20 \log Y = 20 \log(\sqrt{\frac{K}{aK}} \cdot K) \Rightarrow Y = \frac{K}{\sqrt{a}}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{\sqrt{a}} \text{ donc } \tau = \frac{1}{\sqrt{a}} \approx 5,777$$

Q22] Pour que M descend de -4,2 dB, il faut

$$20 \log\left(\frac{K}{\sqrt{a}}\right) = -4,2 \Rightarrow K = 10^{\frac{-4,2}{20}} \sqrt{a} \approx 0,1$$

$$c/c : C_a(P) = \frac{0,1(1 + 5,77P)}{1 + 0,17P}$$

Q23] Après correction on aura:

$$H_{Boc}(P) = \frac{0,18(1 + 5,77P)}{P^2(1 + 0,17P)(1 + 0,47P)}$$

Ainsi :

| Exigences | Sauhaitées | Simulées | conclusion |
|--------------|--------------|----------|------------|
| Précision | E_s | 0 | respectée |
| | E_{sp} | 0 | " |
| | E_v | 0 | " |
| stabilité MP | 45° mini. | 45° | " |
| Rapidité wo | 1 rd/s mini. | 1 rd/s | " |

Le correcteur est validé

ROBUBROC 6 : PLATE-FORME D'EXPLORATION TOUT TERRAIN

Le robuROC 6 (photographie ci-contre) est un robot mobile développé par la société ROBOSOT. Il est équipé de 6 roues motrices indépendantes, de même diamètre, montées par paires sur 3 podés articulés (figure 2).

Les 3 podés peuvent être équipés, selon les besoins de l'utilisateur, de caméras d'observation haute définition à 360°, de systèmes infrarouges de visualisation nocturne, ainsi que de bras de robot articulés pour manipuler des éléments de la zone à explorer.

Les déplacements de la plate-forme sont coordonnés par l'intermédiaire de deux microcontrôleurs.

La motorisation principale est assurée par six moteurs électriques équipés de réducteurs épicycloïdaux permettant de transmettre l'énergie mécanique aux six roues. Le franchissement des obstacles est facilité par un système hydraulique permettant le soulèvement des podés avant et arrière ce qui permet à la plate-forme de se déplacer en mode 6 roues ou 4 roues (figure 1).



Figure 1 : Mode de déplacement de la plate-forme

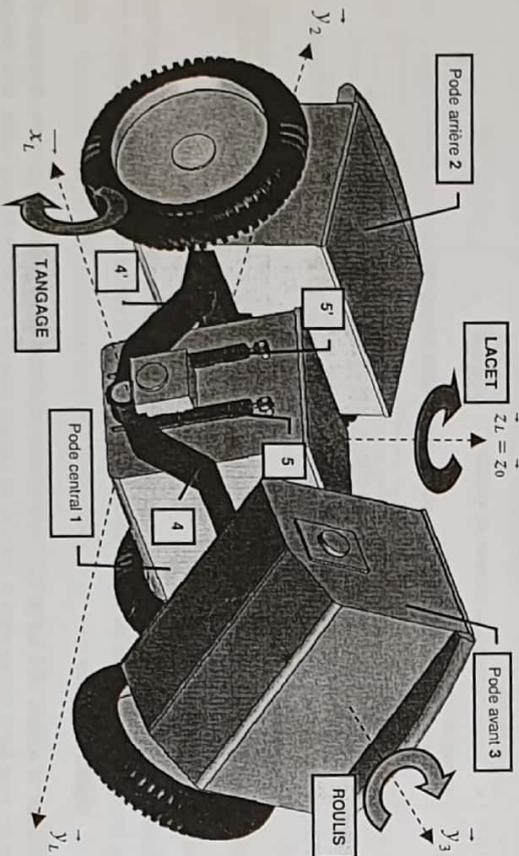


Figure 2

Les déplacements de la plate-forme sont contrôlés par deux microcontrôleurs (figure 3) de la manière suivante :

- au niveau de chacun des 6 moteurs, des boucles de vitesse assurent l'asservissement dit « bas niveau » ;
- à partir d'informations sur la position absolue de la plate-forme via le système GPS par exemple, un asservissement en position de la plate-forme peut être mis en place (asservissement dit « haut niveau »).

L'objectif dans cette partie est de déterminer les paramètres de réglage de chacune des boucles d'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol.

Hypothèses et modélisation :

- Afin de régler l'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol :
- un déplacement en ligne droite de la plate-forme est considéré (consigne de vitesse $V_c(t)$, les paramètres angulaires de lacet, tangage et roulis restent nuls) ;
- le contact entre chaque pneumatique et le sol est considéré avec roulement sans glissement ;
- pour la modélisation du fonctionnement des moteurs, nous supposons une équi-répartition de la charge extérieure sur chacun des six moteurs. Ainsi, pour une vitesse $V(t)$ de la plate-forme, les six moteurs tourneront à la même vitesse $\Omega_{Mot}(t)$. Ils seront alimentés par une même tension de commande $U(t)$ et devront fournir un même couple moteur $C_{Mot}(t)$;
- les efforts de perturbations (action mécanique de la pesanteur sur une pente...) seront répartis sur chacun des axes des six moteurs et seront donc modélisés par un même couple de perturbation équivalent $C_{eq}(t)$ appliqué sur chacun des axes moteurs ;
- les caractéristiques inertielles de la plate-forme seront représentées au niveau de chaque axe moteur par un moment d'inertie équivalent $\frac{J_{eq}}{6}$;
- le comportement individuel d'un des six moteurs peut donc être approché par celui d'un moteur à courant continu avec les équations électromécaniques suivantes :

Equation électrique : $U(t) = E(t) + rI(t) + L \frac{dI(t)}{dt}$

Equation mécanique : $\frac{J_{eq}}{6} \frac{d\Omega_{Mot}(t)}{dt} = C_{Mot}(t) - C_{eq}(t)$

Equations de couplage : $E(t) = k_e \Omega_{Mot}(t)$ et $C_{Mot}(t) = k_t J(t)$

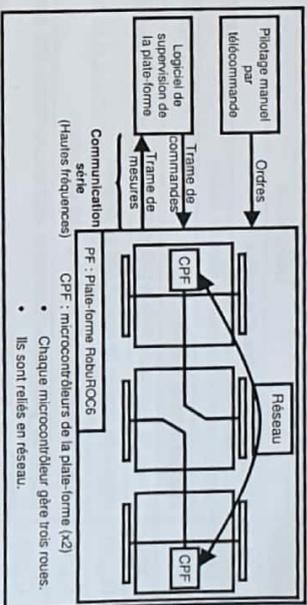


Figure 3 : Architecture de la commande de la plate-forme

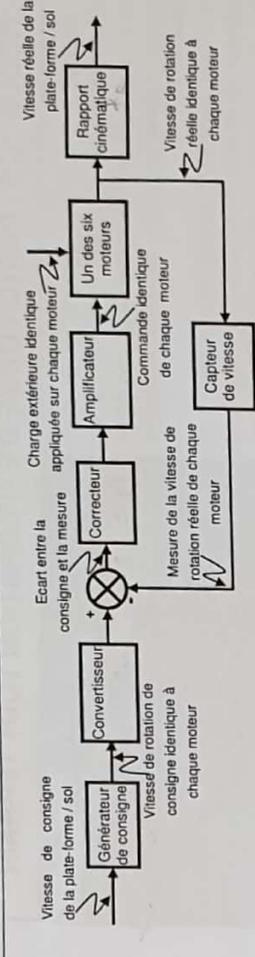


Figure 5 : Schéma bloc fonctionnel de l'asservissement en vitesse d'un des six moteurs

| Blocs | Fonctions de transfert |
|------------------------|--|
| Générateur de consigne | K_G (à déterminer) |
| Convertisseur | K_{conv} (à déterminer) |
| Correcteur | $C(p)$ (réglié par la suite) |
| Amplificateur | $K_A = 20$ sans unité |
| Capteur de vitesse | $K_{Capt} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ V/(rad/s)}$ |
| Rapport cinématique | K_R (à déterminer) |

Figure 6 : Fonctions de transfert

Cahier des charges à respecter :

| Exigence | Critères | Niveaux |
|---|-----------|--|
| Asservir en vitesse la plate-forme par rapport au sol | STABILITE | MG= 6dB mini M _φ = 45° mini |
| | PRECISION | Nulle |
| en poursuite en régulation | RAPIDITE | Nulle |
| | | Temps de réponse à 5% (à une entrée en échelon de vitesse) |

- Q1: En se référant aux données, et sachant que la roue roule sans glisser sur le sol, donner K_n en fonction de k et R .
- Q2: Lorsque la vitesse de rotation réelle du moteur $\Omega_{Mot}(t)$ est égale à la vitesse de consigne de consigne $\Omega_{C_{mot}}(t)$, l'écart $\epsilon(t)$ est nul. Montrer alors que : $K_{conv} = K_{cap}$.
- Q3: Déterminer la valeur numérique et l'unité du gain associé au générateur de consigne (noté K_G), en sachant, que lorsque la vitesse réelle de la plate-forme $V(t)$ est égale à la vitesse de consigne de la plate-forme $V_C(t)$, l'écart $\epsilon(t)$ doit être nul.
- Q4: Compléter le schéma bloc sur le document-réponse (question 4) en y faisant figurer les fonctions de transfert sous forme littérale dans le domaine de Laplace avec des conditions initiales nulles, ainsi que les signes des sommateurs.

| Symbole | Désignation | Valeur, unités |
|-------------------|--|-------------------------------------|
| $U(t)$ | Tension d'alimentation d'un moteur | [V] |
| $E(t)$ | Tension contre électromotrice dans un moteur | [V] |
| $I(t)$ | Intensité dans un moteur | [A] |
| $V(t)$ | Vitesse de déplacement de la plate-forme | [m/s] |
| $\Omega_{Mot}(t)$ | Vitesse de rotation de chacun des six moteurs | [rad/s] |
| $C_{Mot}(t)$ | Couple moteur appliqué par chacun des six moteurs | [Nm] |
| $C_{eq}(t)$ | Couple de perturbation équivalent appliqué à chacun des six axes moteurs | [Nm] |
| r | Résistance de l'induit d'un moteur | 2.2 Ω |
| L | Inductance de l'induit d'un moteur | 4.62 mH |
| k_e | Constante de vitesse d'un moteur | 0,12 V/(rad/s) |
| k_c | Constante de couple d'un moteur | 0,12 Nm/A |
| J_{eq} | Inertie équivalente de la plate-forme ramenée sur l'axe d'un des six moteurs | $14,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ |

Description de l'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol (figures 5 et 6):

Pour une vitesse de consigne $V_C(t)$ [m/s], les microcontrôleurs de pilotage génèrent une vitesse de rotation de consigne à appliquer à chaque moteur $\Omega_{C_{mot}}(t)$ [rad/s] qui est convertie en une tension de consigne $U_C(t)$ [V]. Un capteur de vitesse monté sur l'axe de chaque moteur fournit une tension mesurée $U_m(t)$ [V], image de la vitesse de rotation réelle $\Omega_{Mot}(t)$. Un correcteur (défini par la suite) adapte le signal écart entre la tension de consigne et la tension mesurée, ce qui permet après amplification de définir la tension d'alimentation $U(t)$ à appliquer aux moteurs. La vitesse réelle de la plate-forme $V(t)$ est déterminée à partir de $\Omega_{Mot}(t)$ en l'absence de glissement.

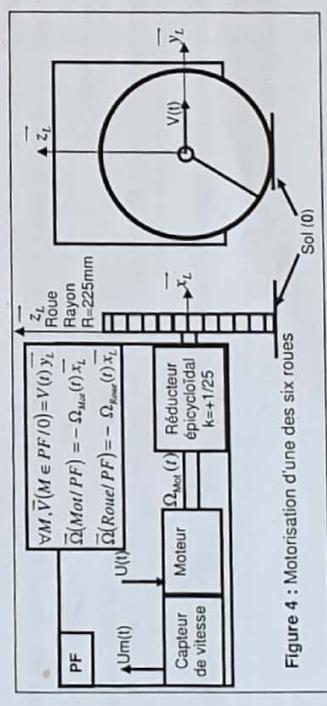


Figure 4 : Motorisation d'une des six roues

Pour la suite de l'épreuve, et à partir de la modélisation des blocs, un schéma bloc à retour unitaire est tracé :

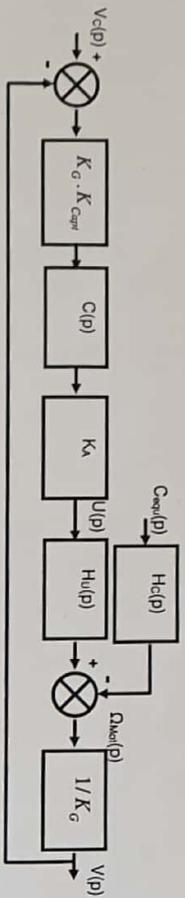


Figure 7 : Schéma bloc à retour unitaire

$H_u(p)$ et $H_c(p)$ sont les fonctions de transfert caractéristiques d'un des six moteurs. Nous retiendrons :

$$H_u(p) = \frac{K_u}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad \text{et} \quad H_c(p) = \frac{K_c \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

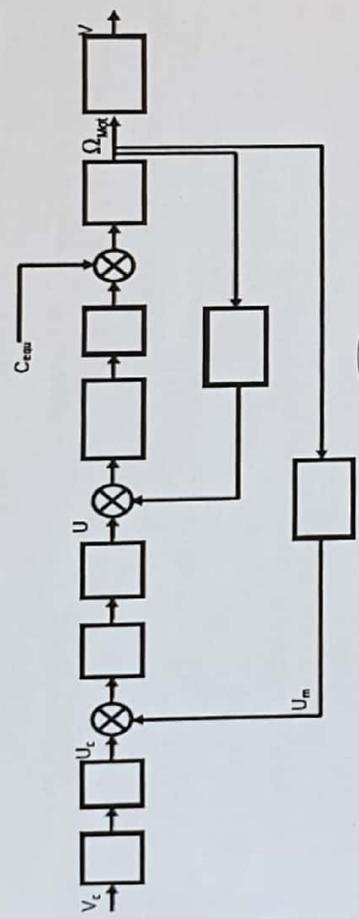
avec $K_u = 8.3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$, $K_c = 152.7 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$, $T_1 = 2.1 \text{ ms}$ et $T_2 = 0.36 \text{ s}$

Etude des performances sans correction : $C(p) = 1$

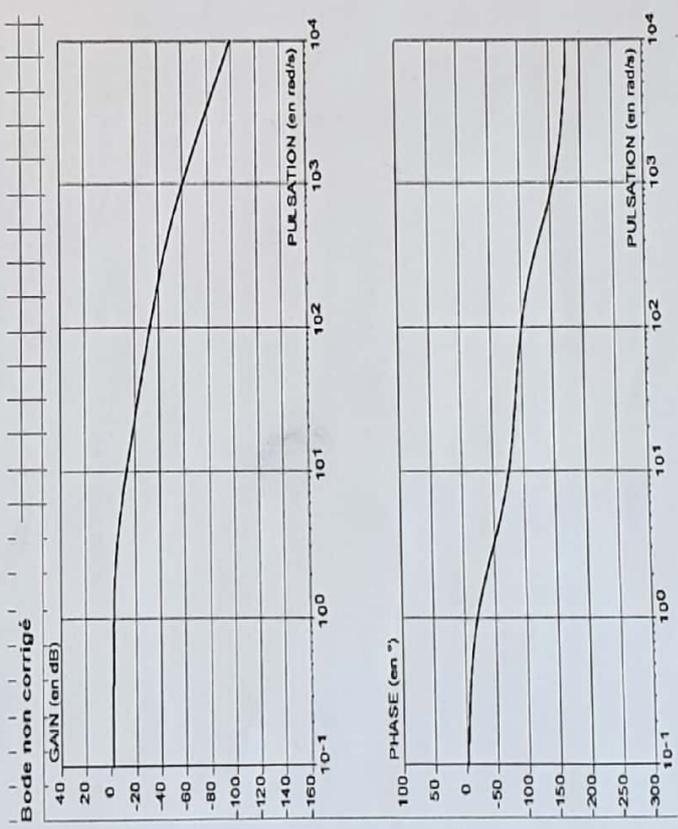
- Q5:** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte : $H_0(p)$.
- Q6:** Les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte $H_0(p)$ non corrigée sont fournis sur le document-réponse (Bode non corrigé) pour $C(p) = 1$. Tenant compte de votre réponse à la question 5, justifier ce tracé.
- Q7:** Le système étudié est-il stable théoriquement ? Justifier votre réponse.
- Q8:** Donner la marge de phase et la marge de gain.
- Q9:** Donner l'écart statique en régime permanent pour une consigne de vitesse de la plate-forme $V_c(t)$ en échelon d'amplitude V_{co} : $V_c(t) = V_{co} \mu(t)$
- Q10:** L'asservissement est-il insensible à une perturbation $C_{eq}(t)$ en échelon d'amplitude C_0 ?
- Q11:** Les spécifications du cahier des charges en terme de stabilité et de précision sont elles respectées ?
- Etude des performances avec un correcteur de fonction de transfert :** $C(p) = \frac{K_r}{p}$
- Déterminer la FTBO corrigée : $H_{bc}(p)$.
- Q12:** Quelle est la nature de la correction effectuée par ce correcteur ?
- Q13:** Indiquer pour quelle(s) raison(s) principale(s) ce correcteur a été choisi. Valider ce choix vis à vis du cahier des charges.
- Q14:** Sans calcul, indiquer l'influence de ce correcteur sur la stabilité.
- Reprétons le diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte $FTBO(p)$ non corrigée (Bode non corrigé).

- Q15:** Tracer sur le document-réponse (Bode non corrigé) les diagrammes de Bode du correcteur avec $K_r = 1 \text{ s}^{-1}$.
- Q16:** Pour l'asservissement corrigé, et afin d'obtenir une marge de phase 45° , trouver graphiquement la pulsation ω_{0dB} pour laquelle $|H_{bc}(j\omega_{0dB})|_{dB}$ devra être nul.
- Q17:** Déduire alors graphiquement la valeur de K_r permettant de satisfaire cette condition.
- Q18:** Donner graphiquement la valeur de la pulsation ω_{-180} pour laquelle : $\text{Arg}(H_{bc}(j\omega_{-180})) = -180^\circ$.
- Q19:** Pour la valeur de K_r déterminée à la question 18, déduire la valeur de la marge de gain du système corrigé.
- Q20:** Les spécifications du cahier des charges en terme de stabilité et de précision sont elles respectées ?
- Afin d'évaluer analytiquement le temps de réponse à 5%, Il est proposé d'adopter une modélisation simplifiée du comportement du moteur en conservant uniquement le mode associé au pôle «dominant».
- $H_0(p)$ sera alors approximée à : $H_0(p) = \frac{K_u}{1 + T_1 p}$
- Q21:** Justifier l'approximation précédente.
- Q22:** Pour une perturbation nulle, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée : $H_{bc}(p)$.
- Q23:** Donner les expressions littérales de ses grandeurs caractéristiques : K_{sr} , Z et ω_n .
- Q24:** Que devra être la valeur de K_r pour que l'asservissement soit le plus rapide ?
- Q25:** Pour cette valeur de K_r , on donne : $\omega_n T_{sw} = 3$, déduire la valeur de T_{sw} .
- Q26:** Le cahier des charges en terme de précision est-il satisfait ?
- Etude des performances avec un correcteur proportionnel intégral :** $C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_I p}\right)$
- Le correcteur précédent est remplacé par un correcteur proportionnel intégral. Les réglages des paramètres de ce nouveau correcteur (hors de notre étude) ont conduit à choisir un gain $K_i = 2.5$ et une constante de temps $T_I = 0.25 \text{ s}$.
- Avec ce jeu de paramètres (K_i , T_I), le document-réponse représente les réponses temporelles et fréquentielles du système.
- La réponse temporelle est tracée avec :
- une consigne de vitesse unitaire de la plate-forme $V_c(t) = \mu(t)$ (avec $\mu(t)$ l'échelon unitaire) ;
 - une perturbation sous la forme d'un échelon unitaire retardé de 3 secondes $C_{eq}(t) = \mu(t - 3)$.
- Le Diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte corrigé est également tracé.
- Par des méthodes purement graphiques, on demande :** (Effectuer les tracés sur le document-réponse)
- Q27:** Donner la marge de phase et de gain.
- Q28:** Donner l'écart statique en régime permanent pour la consigne.
- Q29:** Déterminer graphiquement le temps de réponse à 5%.
- Q30:** L'asservissement est-il insensible à la perturbation constante ? Justifier.
- Q31:** Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères du cahier des charges.

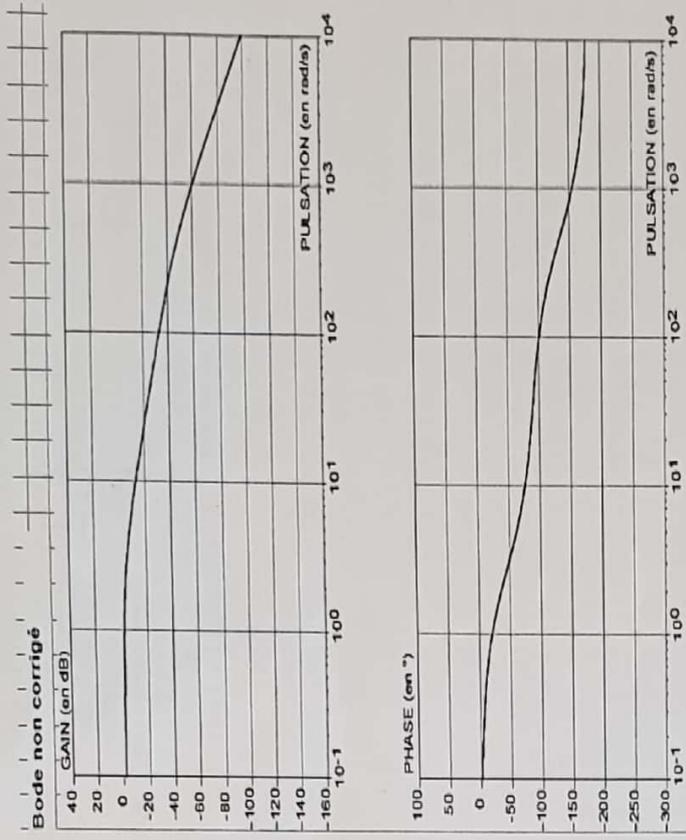
Question 4



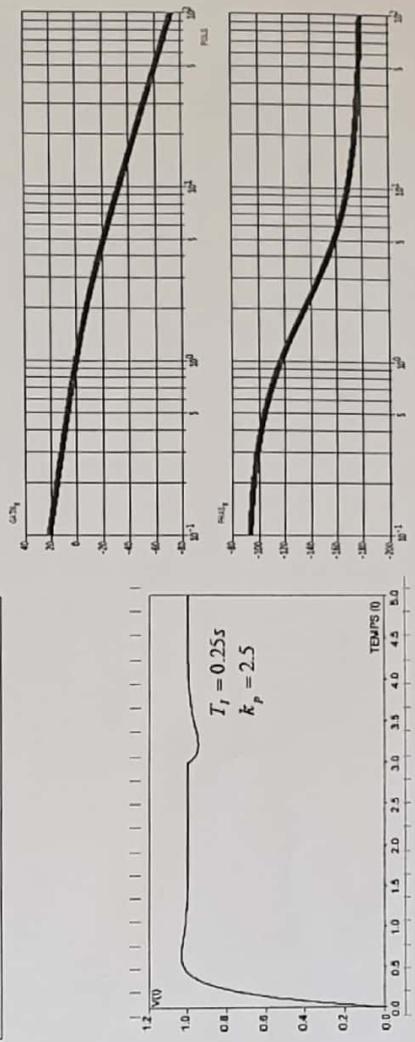
Questions 6 – 7 et 8



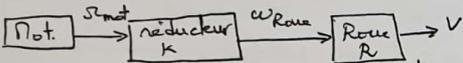
Questions 16 -17-18-19 et 20



Questions 28 -29 -30 et 31 :



CORRIGE du: **T.D. Ass.** Extrait Adapté Des Mines 2009-MP

Q1] 
 Pas de glissement entre la roue et le sol $\Rightarrow V = R \omega_{roue}$
 et: $\omega_{roue} = K \omega_{mot}$
 D'où: $V = KR \omega_{moteur}$
 D'après le schéma bloc: $V = K_R \cdot \omega_{mot}$
 D'où: $K_R = K \cdot R$

Q2] $E = \frac{1}{c} \omega_{mot} \cdot K_{conv} - \omega_{mot} \cdot K_{capt}$
 si $\omega_{mot} = \omega_{mot}$ alors $E = 0 \Rightarrow K_{conv} = K_{capt}$

Q3] de même: $E = V_c K_G K_{conv} - \frac{V}{K_R} \cdot K_{capt}$
 si $V_c = V$ alors $E = 0 \Rightarrow K_G \cdot K_{conv} = \frac{K_{capt}}{K_R}$
 or: $K_{conv} = K_{capt} \Rightarrow K_G = \frac{1}{K_R} = \frac{1}{K \cdot R}$

A.N: $K_G = 9,11 \text{ mm}^{-1}$

Q4] Voir D.R (P. 1/2).

Q5] $H_{Bo}(P) = K_G \cdot K_{capt} \cdot c(P) \cdot K_A \cdot H_u(P) \cdot \frac{1}{K_G}$
 Donc: $H_{Bo}(P) = \frac{K_{capt} \cdot K_A \cdot K_u}{(1+T_1 P)(1+T_2 P)} \rightarrow K_{Bo}$

Q6] $\alpha_{Bo} = 0 \Rightarrow \phi_{BF} = 0$ (Vérifié).
 ordre en Bo = 2 $\Rightarrow \phi_{HF} = -180^\circ$ (Vérifié).
 en plus: $K_{Bo} \approx 0,9$ proche de 1

\Rightarrow 1^{ère} asymptote de gain d'ordonnée $20 \log(0,9)$
 c'est un z^o ordre fondamental, avec ± 1 : $\approx 0 \text{ dB}$
 \exists d'une asyn. de gain de pente -20 dB/déc. (Vérifié).

Q7] Lorsque $\varphi = -180^\circ$ $G_{dB} < 0$
 \Rightarrow stable (Roue: c'est un deuxième ordre fondamental donc: forcément stable)

Q8] $M_G = \infty$; $M_P = 180^\circ$

Q9] $\alpha_{Bo} = 0$
 donc: $E_{cm} = \frac{V_{Co}}{1 + K_{Bo}} = \frac{V_{Co}}{1 + K_2 K_u K_{cap}}$

Q10] Pas d'intégration en amont de la perturbation
 \Rightarrow L'aperçusissement n'est pas accessible à la perturbation

Q11] Non conforme au C.D.C.F.

Q12] C'est un intégrateur.

Q13] α_{30} passe de 0 à 1 $\Rightarrow \xi_{cm} = 0$
 \Rightarrow d'une intégration en amont de la pert. \Rightarrow système insensible à la pert.
 \Rightarrow c.d.c.f. sera alors valide en terme de précision

Q14] stabilité détériorée.

Q15] voir D.R (page 2/2)

Q16] graphiquement: $\omega_{0dB} \approx 3 \text{ rad/s}$.

Q17] pour $K_1 = 1$, $G_{dB}(3 \text{ rad/s}) = G_{1dB} + G_{2dB} = -6 \text{ dB}$

 \swarrow celui de H_{B0}
 \downarrow $\approx 0 \text{ dB}$

 \swarrow celui de $1/p$
 \downarrow $\approx -6 \text{ dB}$

donc: pour que le gain soit de 0 dB, il faut travailler la courbe de l'intégrateur de 6 dB.
 soit alors: $K_1 = 10^{6/20} = 10^{3/10} \approx 2 \text{ s}^{-1}$

Q18] $\omega_{180} \approx 40 \text{ rad/s}$

Q19] Pour $K_1 = 1$ la MG sera déduite graphiquement:
 $MG = |G_{1dB}(40)| + |G_{2dB}(40)| \approx 55 \text{ dB}$
 quand K_1 passe de 1 à 2, la MG sera réduite de 6 dB: donc: $MG = 49 \text{ dB}$

2/5

Q20] $MG = 49 > 6 \text{ dB}$

$MP = 45^\circ$

Le c.d.c.f est satisfait.

Q21] $T_2 = 0,36 \text{ s}$ et $T_1 = 2,1 \text{ ms} = 0,0021 \text{ s}$

$T_2 \gg T_1$

\Rightarrow ce qui justifie l'approximation (Pôle Dominant)

Q22] $H_{BF}(P) = \frac{H_{B0}(P)}{1 + H_{B0}(P)}$

$$H_{BF}(P) = \frac{1}{1 + \frac{P}{K_U K_A K_I K_{capT}} + \frac{T_2}{K_U K_A K_I K_{capT}} \cdot P^2}$$

Q23] $K_{BF} = 1$; $\omega_n = \sqrt{\frac{K_U K_A K_I K_{capT}}{T_2}}$

et $\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{T_2 K_U K_A K_I K_{capT}}}$

Q24] $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow K_I = \frac{1}{2 T_2 K_U K_A K_{capT}}$

A.N.: $K_I = 1,76 \text{ s}^{-1}$

Q25] $T_{5\%} = \frac{3}{\omega_n}$ et $\omega_n = \sqrt{\frac{K_U K_A K_I K_{capT}}{T_2}}$

A.N.: $T_{5\%} = 1,5 \text{ s}$

Q26] $T_{5\%} > 0,5s$ demandé.

Donc, C.P.C.f non respecté au terme de rapidité.

Q27] $MP = 66^\circ$; $MG = \infty$

Q28] $s(\infty) = 1 \Rightarrow E_s = 0$

Q29] $T_{5\%} \approx 0,33s < 0,5s$

Q30] On voit sur la courbe que le syst. arrive à absorber l'effet de la perturbation (le décalage causé par la pert. à $t=3s$ est rattrapé par l'aperçissement).

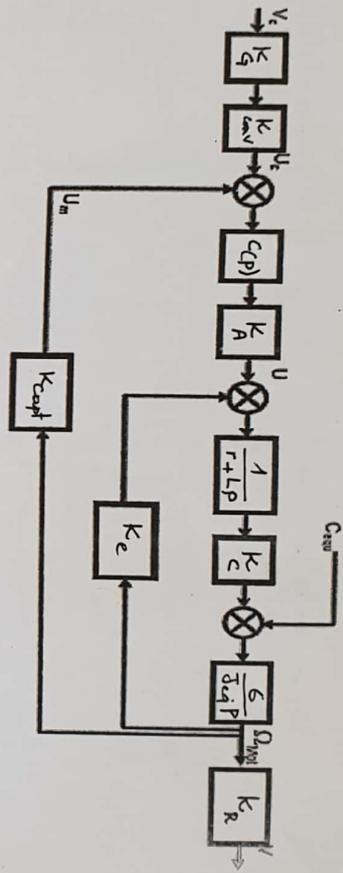
Q31] Récapitulatif:

| Performance | | syst. souhaité | syst. simulé | validé |
|-------------|-----------|-----------------|--------------|--------|
| STABILITE | MP | 45° mini | 66° | ✓ |
| | MG | 6 dB mini | ∞ | ✓ |
| PRECISION | Econ. | 0 | 0 | ✓ |
| | Epart | 0 | 0 | ✓ |
| RAPIDITE | $T_{5\%}$ | $0,5s$ maxi | $0,33s$ | ✓ |

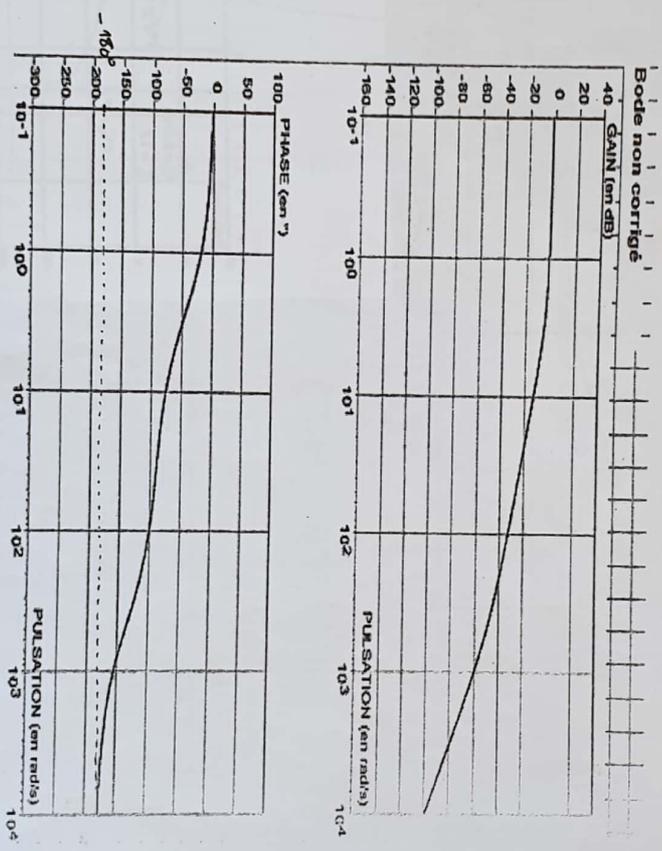
3/5

Tous les commentaires jugés nécessaires doivent figurer sur la copie

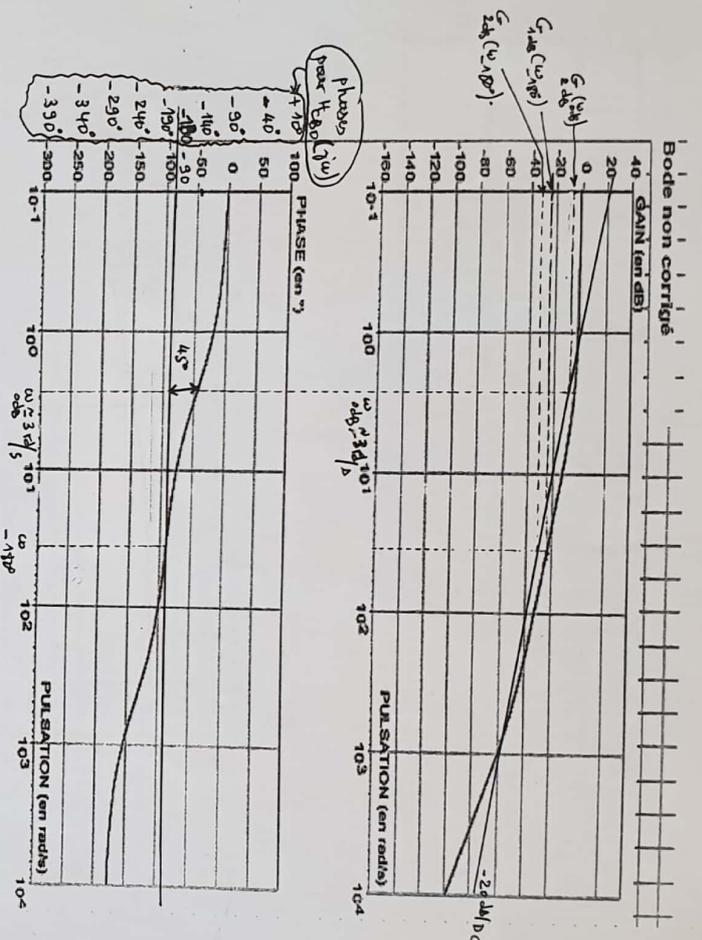
Question 4



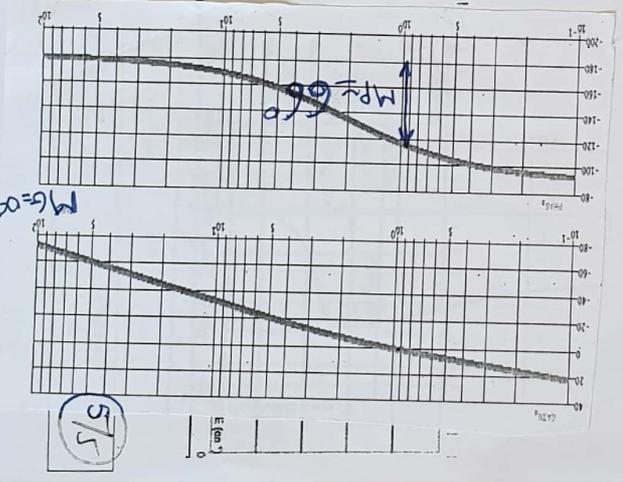
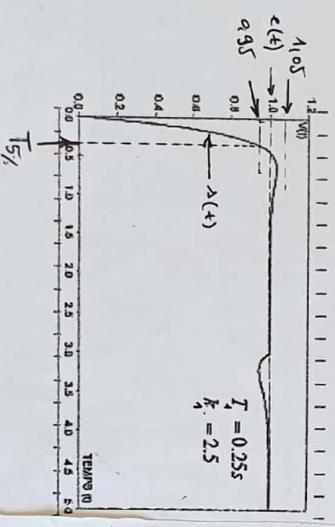
Questions 6 - 7 et 8



Questions 16 -17-18-19 et 20



Questions 28 -29 -30 et 31 :



Document-réponse Nom :

Corrige

5/5

APPAREIL DE SPORT (Adapté du C.N.C 2009)

PRESENTATION :



Photo 1 : Appareil de sport

L'appareil, objet de notre étude, fait partie des équipements des établissements de fitness et des domiciles pour un usage personnel. Il permet à un utilisateur de réaliser une séance de sport. Son tapis roulant, dont la vitesse linéaire de déplacement peut varier, à volonté, entre 0 et 12 km/h, est monté sur un support inclinable verticalement.

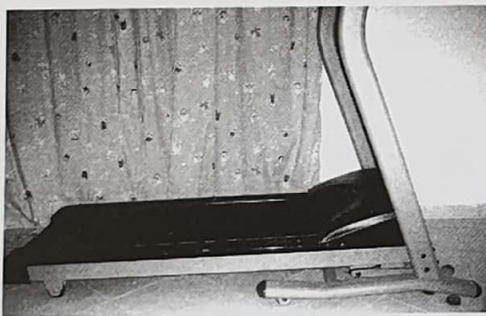


Photo 2 : support (inclinaison minimale)



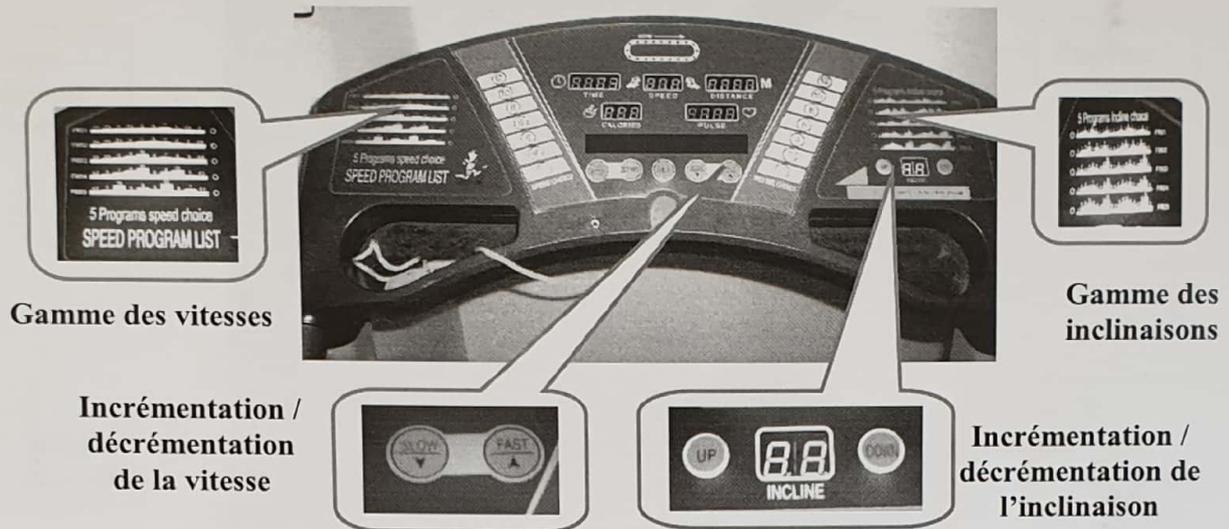
Photo 3 : support (inclinaison maximale)

La vitesse du tapis ainsi que l'inclinaison de son support, peuvent être sélectionnées selon deux modes :

- **Mode 1** : sélection directe de la vitesse et/ou de l'inclinaison dans une gamme proposée (évolution continue) ;

- **Mode 2** : incrémentation - décrémentation de la vitesse et/ou de l'inclinaison avec un pas de 0.1 km/h pour la vitesse et de 1° pour l'inclinaison.

Photo 4 : Pupitre de l'appareil



COMMANDE DU MOTEUR D'ENTRAÎNEMENT DU TAPIS

La translation du tapis est obtenue grâce à un moteur électrique, qui entraîne en rotation, via un réducteur à poulies-courroie, le tambour qui déplace le tapis.

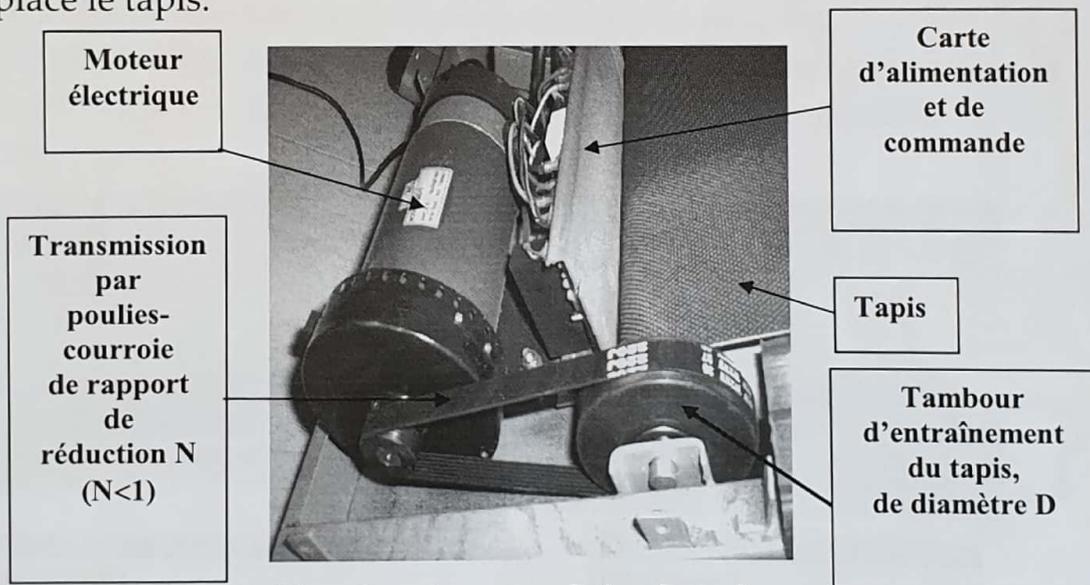
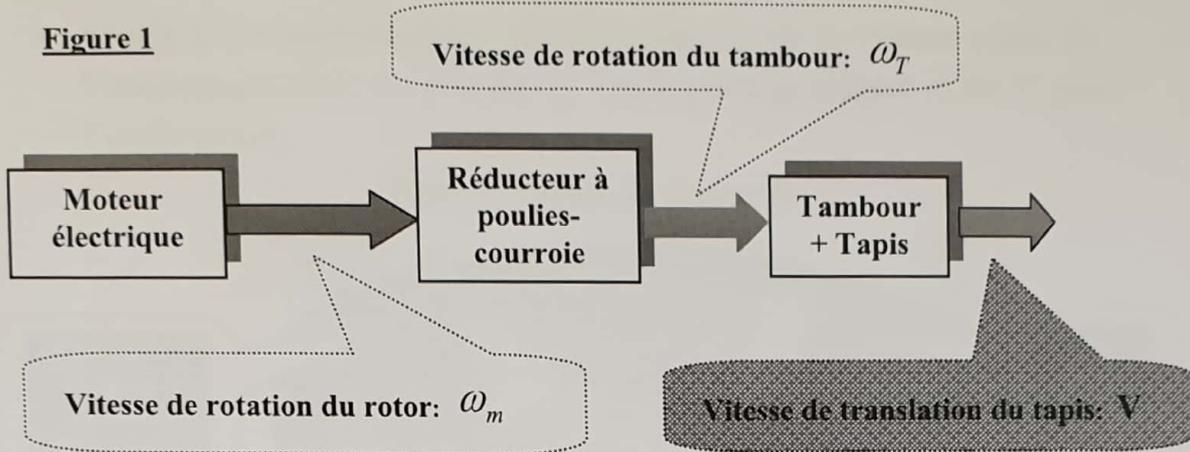


Photo 5 : mise en translation du tapis

La transmission de mouvement se fait selon le schéma de la figure 1 :

Figure 1



Asservissement en vitesse du tapis :

L'asservissement de vitesse du tapis est représenté par le schéma de la figure 2 :

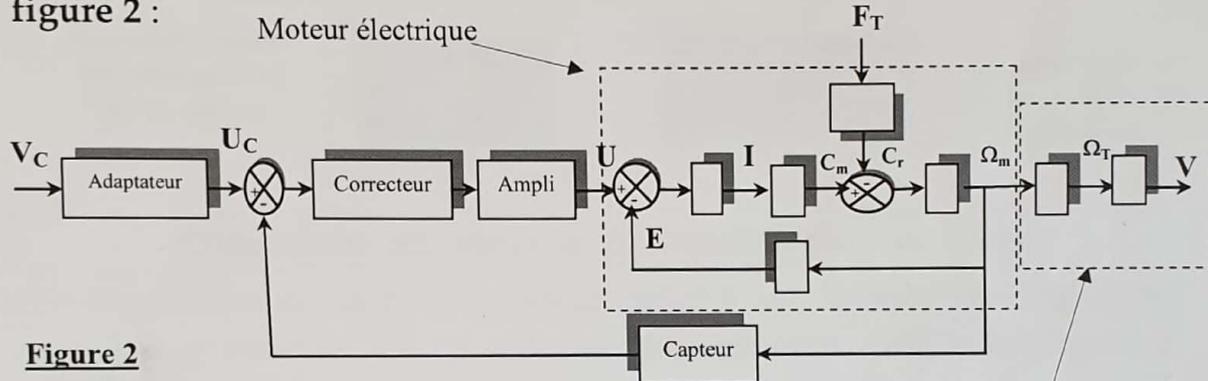


Figure 2

- V_C : vitesse de consigne ;
- U_C : tension d'entrée (en V) ;
- F_T : effort tangentiel résistant appliqué sur le tapis et qui résulte du contact "Opérateur-Tapis".

Le modèle simplifié du fonctionnement du moteur est décrit par les équations suivantes :

$$u(t) = R.i(t) + e(t) \quad (1)$$

$u(t)$: tension de commande du moteur ;

$i(t)$: courant consommé ;

R : résistance de l'induit ;

$e(t)$: force contre-électromotrice.

$$C_m(t) - C_r(t) = j \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} \quad (2)$$

$C_m(t)$: couple moteur ;

$C_r(t)$: couple résistant ramené sur le rotor, résultant de l'effort tangentiel résistant perturbateur F_T ; avec :

$$C_r(t) = \frac{N.D}{2} \cdot F_T(t) \quad (3)$$

j : moment d'inertie équivalent ramené sur le rotor.

$$C_m(t) = K_m \cdot i(t) \quad (4)$$

$$e(t) = K_m \cdot \omega_m(t) \quad (5)$$

Notation : La transformée de Laplace d'une grandeur physique $f(t)$ est $F(p)$ et peut-être notée aussi : F .

- Question 1 :**
- a) La transmission de mouvement est supposée sans glissement. Montrer les relations suivantes :
 - $V(t) = D \cdot \omega_T(t) / 2 \quad (6)$;
 - $\omega_T(t) = N \cdot \omega_m(t) \quad (7)$.
 - b) Ecrire, en transformée de Laplace, les équations de (1) à (7) ;
 - c) Les gains de l'adaptateur, du capteur et de l'amplificateur sont : K_A , K_c et K successivement ;
Compléter le schéma bloc du document-réponse de la page 7 ;
 - d) Transformer ce schéma bloc pour le mettre sous la forme de celui de la figure 3. Identifier, ensuite, chacune des fonctions de transfert $H_i(p)$ pour $i \in \{1,2,3,4,5\}$;

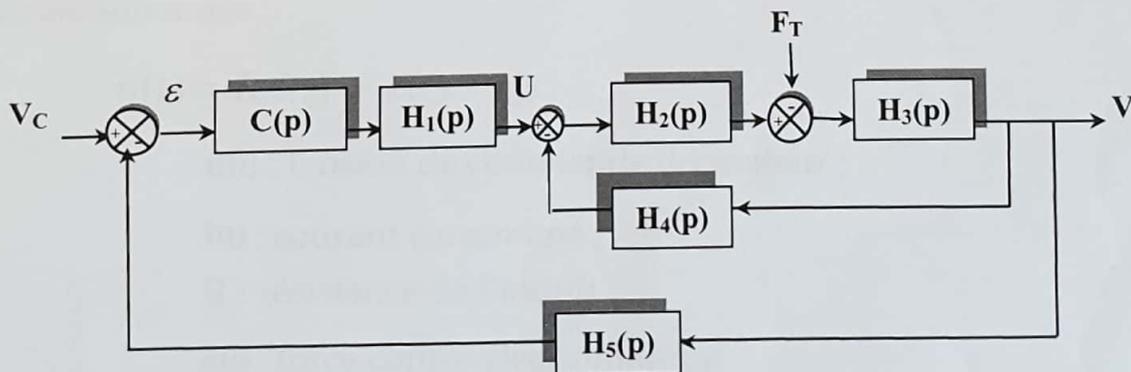


Figure 3

Dans la suite de l'épreuve, on donne :

| | | |
|----------------|--------------------------|----------------------|
| $H_1(p) = K_1$ | $H_4(p) = K_4$ | $H_5(p) = K_5$ |
| $H_2(p) = K_2$ | $H_3(p) = \frac{K_3}{P}$ | $C(p) = \frac{1}{p}$ |

On pose : $V(p) = V_c(p) \cdot H_e(p) - F_T(p) \cdot H_{per}(p)$; (e : entrée ; per : perturbation)

Question 2 :

a) On suppose que $K_5 = 1$; Donner :

- la fonction de transfert de la commande en boucle fermée, vis-à-vis de la consigne $V_c(t)$: $H_e(p)$;
- la fonction de transfert de la commande en boucle fermée, vis-à-vis de la perturbation $F_T(t)$: $H_{per}(p)$;

b) Préciser les caractéristiques de chacune des deux fonctions de transfert.

Dans la suite :

-On s'intéresse au comportement de l'asservissement vis-à-vis de la consigne V_c . On annule donc la perturbation ($F_T = 0$).

-La fonction de transfert du moteur est notée : $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$

Rappelons que le signal d'entrée du moteur est la tension $u(t)$ et la sortie est la vitesse de rotation du rotor $\omega_m(t)$.

Sachant que la tension de l'entrée est un échelon d'amplitude 5 volts.

Question 3 :

- a) Donner l'expression de $\Omega_{m(p)}$;
- b) Sans expliciter $\omega_m(t)$, donner la valeur de $\omega_m(0)$, $\omega_m(\infty)$ et $\omega'_m(0)$;
- c) Déterminer l'expression de $\omega_m(t)$,
- d) Déterminer le temps de réponse à 5% du moteur ;
- e) Tracer sur la copie l'allure de $\omega_m(t)$, en précisant les grandeurs caractéristiques.
- f) Pour $K_m = 10$ et $\tau_m = 0,02s$, tracer sur le papier semi-log fourni (page 8) le diagramme asymptotique de Bode de $H_m(p)$ et l'allure des courbes réelles.
- g) Calculer analytiquement la pulsation ω_{0db} pour laquelle le gain en décibels est nul. Vérifier le résultat graphiquement.

Le schéma bloc de l'asservissement est, donc, celui de la figure 4 :

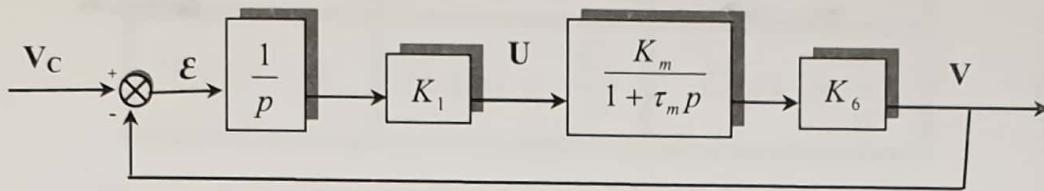


Figure 4

Question 4 :

- Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte, $H_{BO(p)}$, de l'asservissement, et donner ses caractéristiques (ordre, classe et gain K_{BO}) ;
- Déterminer, en fonction de $V_{c(p)}$ et de $H_{BO(p)}$ sans les expliciter, l'expression de $\varepsilon(p)$;
- Donner la valeur de l'écart $\varepsilon(t)$ en régime permanent pour une entrée échelon unitaire ;
- L'asservissement est-il précis ? Justifier.

Question 5 :

- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée, $H_{BF(p)}$, de l'asservissement, et donner ses caractéristiques (ordre, classe et gain K_{BF}) ;
- La F.T.B.F est sous la forme :

$$H_{BF(p)} = \frac{k_{BF}}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

Identifier k_{BF} , z et ω_n en fonction des données ;

- Donner, en fonction de k_{BF} , z et ω_n l'expression du gain ($G_{(\omega)} = |H_{BF(j\omega)}|$) de la F.T.B.F.
- Quelle est l'expression de la pulsation de résonance ω_R pour laquelle le gain est maximal ?
- Quelle condition doit satisfaire z pour que ω_R existe ?
- Déterminer, en fonction de z , le coefficient de surtension défini par : $Q = \frac{G_{(\omega_R)}}{G_{(0)}}$

| | | |
|----------------|--------------------------|----------------------|
| $H_1(p) = K_1$ | $H_4(p) = K_4$ | $H_5(p) = K_5$ |
| $H_2(p) = K_2$ | $H_3(p) = \frac{K_3}{p}$ | $C(p) = \frac{1}{p}$ |

On pose : $V(p) = V_c(p) \cdot H_e(p) - Fr(p) \cdot H_{per}(p)$; (e : entrée ; per : perturbation)

Question 2 :

- a) On suppose que $K_S = 1$; Donner :
- la fonction de transfert de la commande en boucle fermée, vis-à-vis de la consigne $V_c(s) : H_e(p)$;
 - la fonction de transfert de la commande en boucle fermée, vis-à-vis de la perturbation $Fr(s) : H_{per}(p)$;
 - b) Préciser les caractéristiques de chacune des deux fonctions de transfert.

Dans la suite :

- On s'intéresse au comportement de l'asservissement vis-à-vis de la consigne V_c . On annule donc la perturbation ($Fr = 0$).

- La fonction de transfert du moteur est notée : $H_m(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m \cdot p}$

Rappelons que le signal d'entrée du moteur est la tension $u(t)$ et la sortie est la vitesse de rotation du rotor $\omega_{m(t)}$.

Sachant que la tension de l'entrée est un échelon d'amplitude 5 volts.

Question 3 :

- Donner l'expression de $\Omega_{m(t)}$;
- Sans expliciter $\omega_{m(t)}$, donner la valeur de $\omega_{m(0)}$, $\Omega_{m(\infty)}$ et $\omega'_{m(0)}$;
- Déterminer l'expression de $\omega_{m(t)}$;
- Déterminer le temps de réponse à 5% du moteur ;
- Tracer sur la copie l'allure de $\omega_{m(t)}$, en précisant les grandeurs caractéristiques.
- Pour $K_m = 10$ et $\tau_m = 0,02s$, tracer sur le papier semi-log fourni (page 8) le diagramme asymptotique de Bode de $H_m(p)$ et l'allure des courbes réelles.
- Calculer analytiquement la pulsation ω_{0dB} pour laquelle le gain en décibels est nul. Vérifier le résultat graphiquement.

Le schéma bloc de l'asservissement est donc celui de la figure 4 :

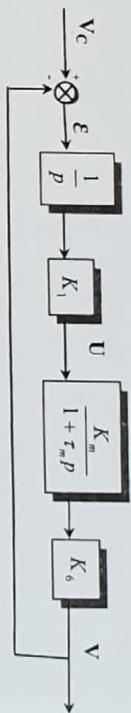


Figure 4

Question 4 :

- Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte, $H_{bo(p)}$, de l'asservissement, et donner ses caractéristiques (ordre, classe et gain K_{bo}) ;
- Déterminer, en fonction de $V_c(p)$ et de $H_{bo(p)}$ sans les expliciter, l'expression de $\epsilon(p)$;
- Donner la valeur de l'écart $\epsilon(0)$ en régime permanent pour une entrée échelon unitaire ;
- L'asservissement est-il précis ? Justifier.

Question 5 :

- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée, $H_{bf(p)}$, de l'asservissement, et donner ses caractéristiques (ordre, classe et gain K_{bf}) ;
- La F.T.B.F. est sous la forme :

$$H_{bf(p)} = \frac{k_{bf}}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$$

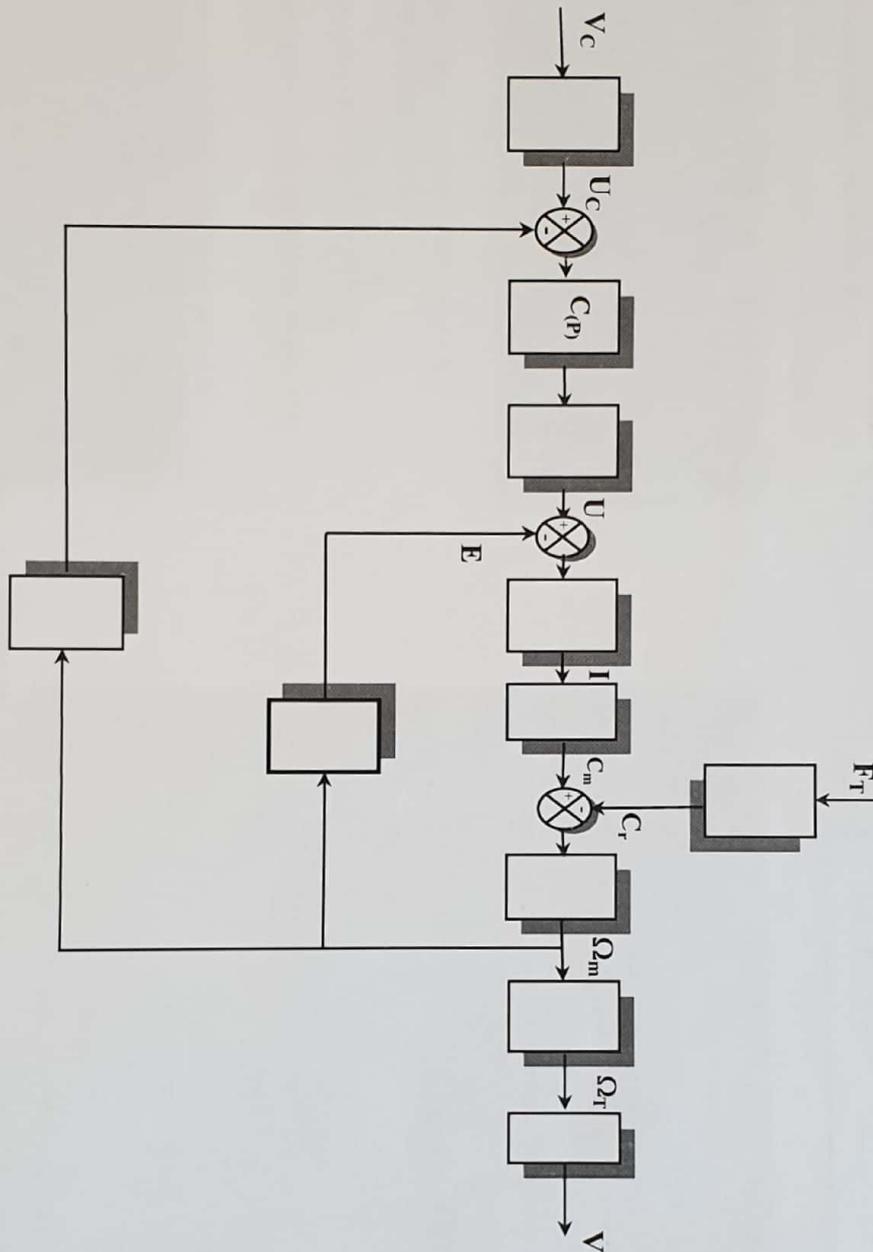
Identifier k_{bf} , z et ω_n en fonction des données ;

- Donner, en fonction de k_{bf} , z et ω_n l'expression du gain ($G_{(0)} = |H_{bf(p)}|$) de la F.T.B.F.
- Quelle est l'expression de la pulsation de résonance ω_R pour laquelle le gain est maximal ?
- Quelle condition doit satisfaire z pour que ω_R existe ?
- Déterminer, en fonction de z , le coefficient de surtension défini par : $Q = \frac{G_{(\omega_R)}}{G_{(0)}}$

Question 6 :

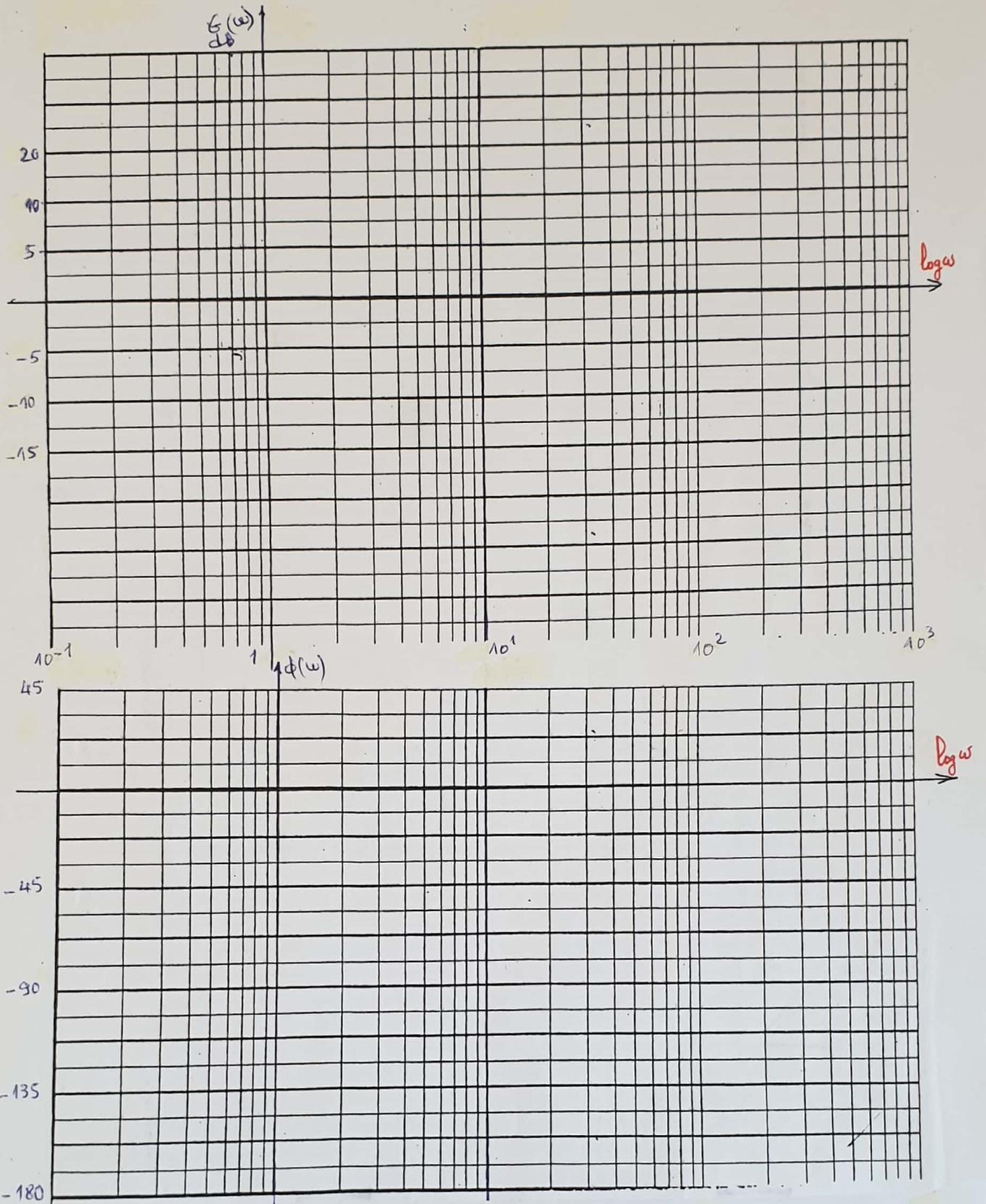
Tracer sur le papier semi-log de la page 9, les diagrammes asymptotiques de Bode et l'allure de la courbe réelle de phase de la F.T :

$$H(p) = \frac{15(1 + 2p)}{P(1 + 0,1p + 0,01p^2)}$$



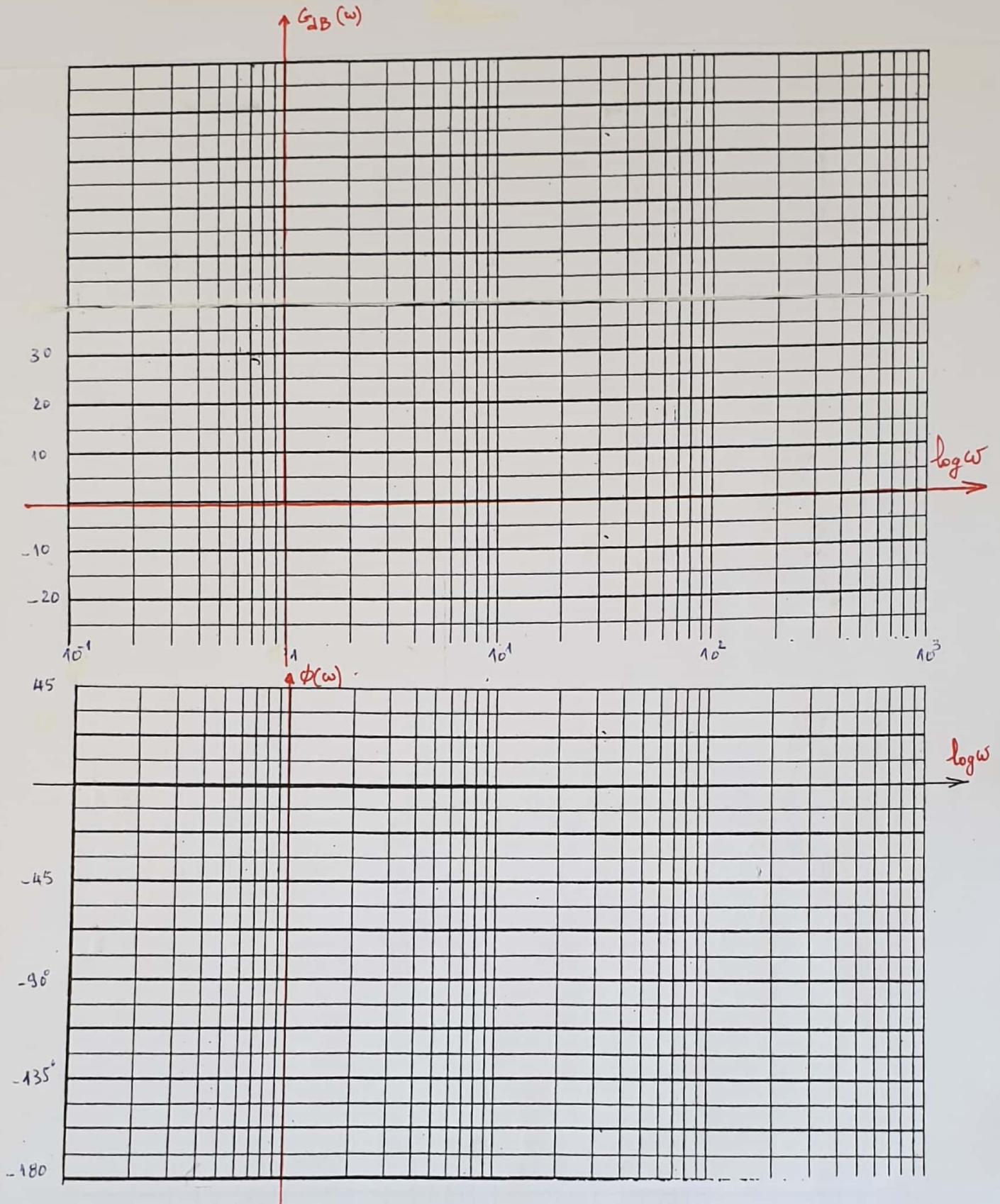
Nom :

Classe :



Nom :

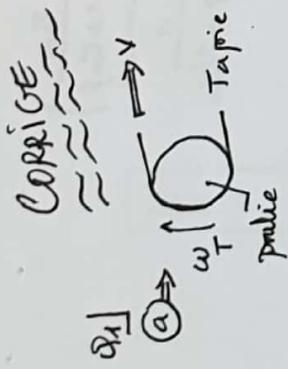
Classe :



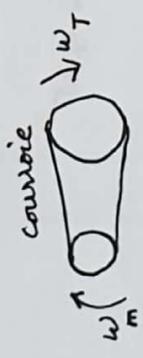
Nom : Classe :

S.I (A.L.C.I)

[SNC - 2009]



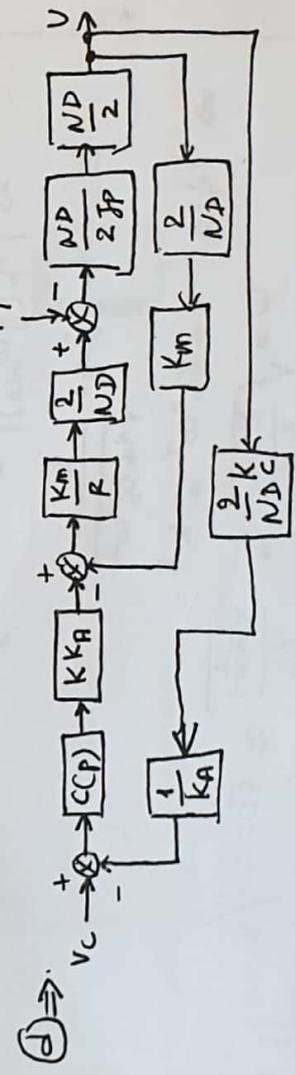
Le nm glissement entre le tambour (poulie) et le Tapis $\Rightarrow v(t) = \frac{R \cdot \omega_T(t)}{D/2}$
 d'où l'éq. (6).



L'absence de glissement dans le mécanisme Poulie - courroie $\Rightarrow \frac{\omega_m}{\omega_T} = \frac{1}{N} > 1 \quad (N < 1)$
 d'où l'éq. (7).

- (6) $\Rightarrow \mathcal{L}(1) \Rightarrow U = RI + E$
 - $\mathcal{L}(2) \Rightarrow C_m - G = Jp \cdot \Omega_m$
 - $\mathcal{L}(3) \Rightarrow G = \frac{ND}{2} F_T$
 - $\mathcal{L}(4) \Rightarrow C_m = k_m \cdot I$
 - $\mathcal{L}(5) \Rightarrow E = k_m \cdot \Omega_m$
- $\mathcal{L}(6) \Rightarrow V = \frac{D}{2} \Omega_T$
 $\mathcal{L}(7) \Rightarrow \Omega_T = N \cdot \Omega_m$

(8) Voir Doc. P: (4)



Identifismo :

$$H_1 = K K_A$$

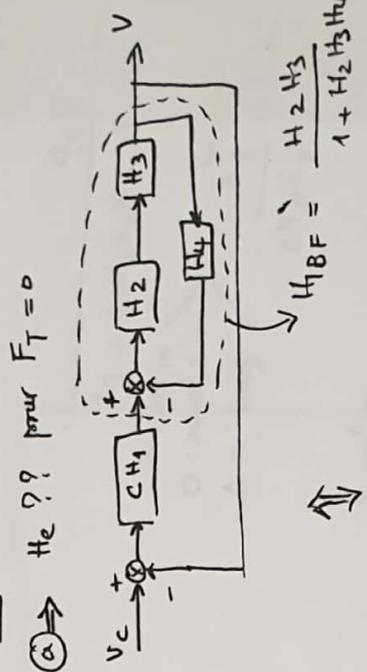
$$H_2 = \frac{2K_m}{RND}$$

$$H_3 = \frac{1}{Jp} \left(\frac{ND}{2} \right)^2$$

$$H_4 = \frac{2K_m}{ND}$$

$$H_5 = \frac{2K_c}{K_A ND}$$

(9) $\Rightarrow H_e ? ?$ pour $F_T = 0$

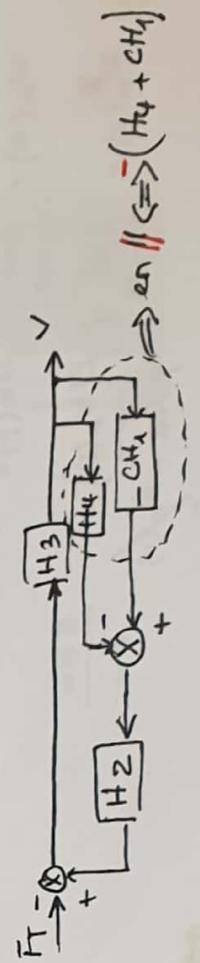
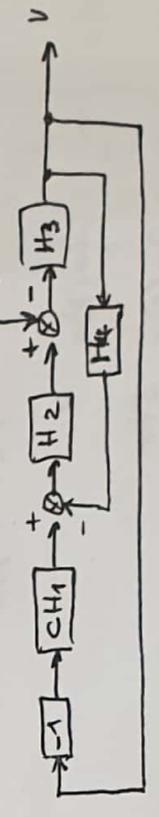


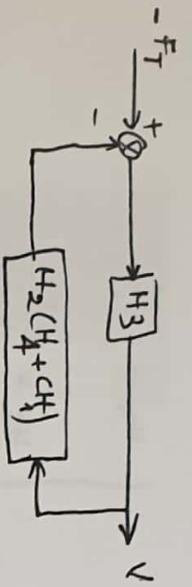
$$H_{1BF} = \frac{H_2 H_3}{1 + H_2 H_3 H_4}$$

$$H_e = \frac{CH_1 H_{1BF}}{1 + CH_1 H_{1BF}} = \frac{V}{V_c} \Big|_{F_T=0}$$

$$H_e(p) = \frac{K_1 K_2 K_3}{K_1 K_2 K_3 + P(K_2 K_3 K_4 + P)}$$

$H_{per} ? ?$ pour $V_c = 0$.





$$H_{per} = \frac{V}{-F_T} \Big|_{V=0} = \frac{H_3}{1 + H_3 H_2 (H_1 + C_H_1)}$$

$$H_{per} = \frac{K_3 P}{K_1 K_2 K_3 + K_2 K_3 K_4 P + P^2}$$

$$H_e = \frac{1}{1 + \frac{K_4}{K_1} P + \frac{P^2}{K_1 K_2 K_3}}$$

ordre: 2
classe: 0
gain: 1.

$$H_{per} = \frac{P / K_1 K_2}{1 + \frac{K_4}{K_1} P + \frac{P^2}{K_1 K_2 K_3}}$$

ordre: 2
classe: (-1) (Derivation)
gain: $1 / K_1 K_2$

Q3]

a) $\Rightarrow \Omega_m(p) = U(p) \cdot H_m(p) = \frac{5k_m}{p(1 + \zeta_m p)}$

b) $\omega_m(0) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Omega_m(p) = 0$

$\omega_m(\infty) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \Omega_m(p) = 5k_m$

$\omega'_m(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \mathcal{L}(\omega'_m(t)) = \frac{5k_m}{\zeta_m}$

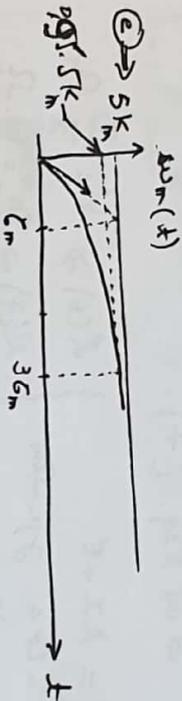
c) $\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{5k_m}{p(1 + \zeta_m p)} = 5k_m \left(\frac{1}{p} - \frac{\zeta_m}{1 + \zeta_m p} \right)$

$\omega_m(t) = 5k_m (1 - e^{-t/\zeta_m}) u(t)$

d) $\Rightarrow T_{5\%} \text{ est: } \left| \frac{\Delta(T_{5\%}) - 5k_m}{5k_m} \right| = \frac{5}{100}$

$\Rightarrow \left| \frac{5k_m (1 - e^{-T_{5\%}/\zeta_m}) - 5k_m}{5k_m} \right| = 0,05$

$\Rightarrow T_{5\%} = -\zeta_m \ln 0,95 \approx 3\zeta$



f) voir Doc. p. 5

g) $\Rightarrow \zeta_{dB}(\omega_{dB}) = 0 \Leftrightarrow 20 \log |H_m(j\omega_{dB})| = 0$

$\Rightarrow |H_m(j\omega_{dB})| = 1 \quad (*)$

or: $H_m(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \zeta_m^2 \omega^2}}$

$\Rightarrow (*) \Rightarrow 1 + \zeta_m^2 \omega^2 = k^2$

$\omega = \sqrt{\frac{k^2 - 1}{\zeta_m^2}} = \frac{\sqrt{k^2 - 1}}{\zeta_m} \approx 500 \text{ rad/s}$

\Rightarrow le tracé graphique sur Doc. p. confirme ce résultat.

(497, 49 rad/s)

$H_{BO} = \frac{1}{P} K_1 \frac{K_m}{1+T_m p} K_6 = \frac{K_1 K_m K_6}{P(1+T_m p)}$
 ordre 2; classe 1; gain: $K_1 K_m K_6 = K_{BO}$

$\epsilon = V_C - V$ or $V = \epsilon \cdot H_{BO}$

$\epsilon(1+H_{BO}) = V_C \Rightarrow \epsilon = \frac{V_C}{1+H_{BO}}$

$\epsilon(w) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \epsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{V_C}{1+H_{BO}}$

or $V_C(p) = 1/p \rightarrow \epsilon_{\infty} = 0$

oui, car la sortie V atteint l'amplitude de l'entrée V_C en régime permanent.

$H_{BF} = \frac{H_{BO}}{1+H_{BO}} = \frac{1}{1 + \frac{P}{K_{BO}} + \frac{Z_m P^2}{K_{BO}}}$ ($K_{BO} = K_1 K_m K_6$)

ordre 2; classe 0, gain = 1.

$K_{BF} = 1$, $w_n = \sqrt{\frac{K_{BO}}{Z_m}}$ et $z = \frac{1}{2\sqrt{Z_m K_{BO}}}$

$G(w) = |H_{BF}(jw)| = \frac{K_{BF}}{\sqrt{[1 - (\frac{w}{w_n})^2]^2 + (\frac{z w}{w_n})^2}}$ (***)

$G(w_p)$ est maxi \Rightarrow

$D(w) = (1 - (\frac{w}{w_n})^2)^2 + (\frac{z w}{w_n})^2$ est mini

w_p est / $D(w_p) = 0$

or: $D'(w) = 2(1 - (\frac{w}{w_n})^2) \cdot (-\frac{2w}{w_n^2}) + 2(\frac{z w}{w_n}) (\frac{2z}{w_n})$

$D'(w_p) = 0 \Rightarrow -1 + (\frac{w_p}{w_n})^2 + 2z^2 = 0$

$\Rightarrow w_p = w_n \sqrt{1 - 2z^2}$

$w_p \Rightarrow$ il faut que $1 - 2z^2 \geq 0 \Rightarrow z \leq 1/\sqrt{2}$

$Q = \frac{G(w_p)}{G(0)}$

$(**) \Rightarrow G(0) = K_{BF}$

$(**) \Rightarrow G(w_p) = \frac{K_{BF}}{\sqrt{1 - (\frac{w_n \sqrt{1 - 2z^2}}{w_n})^2} + (\frac{2z w_n \sqrt{1 - 2z^2}}{w_n})^2}$

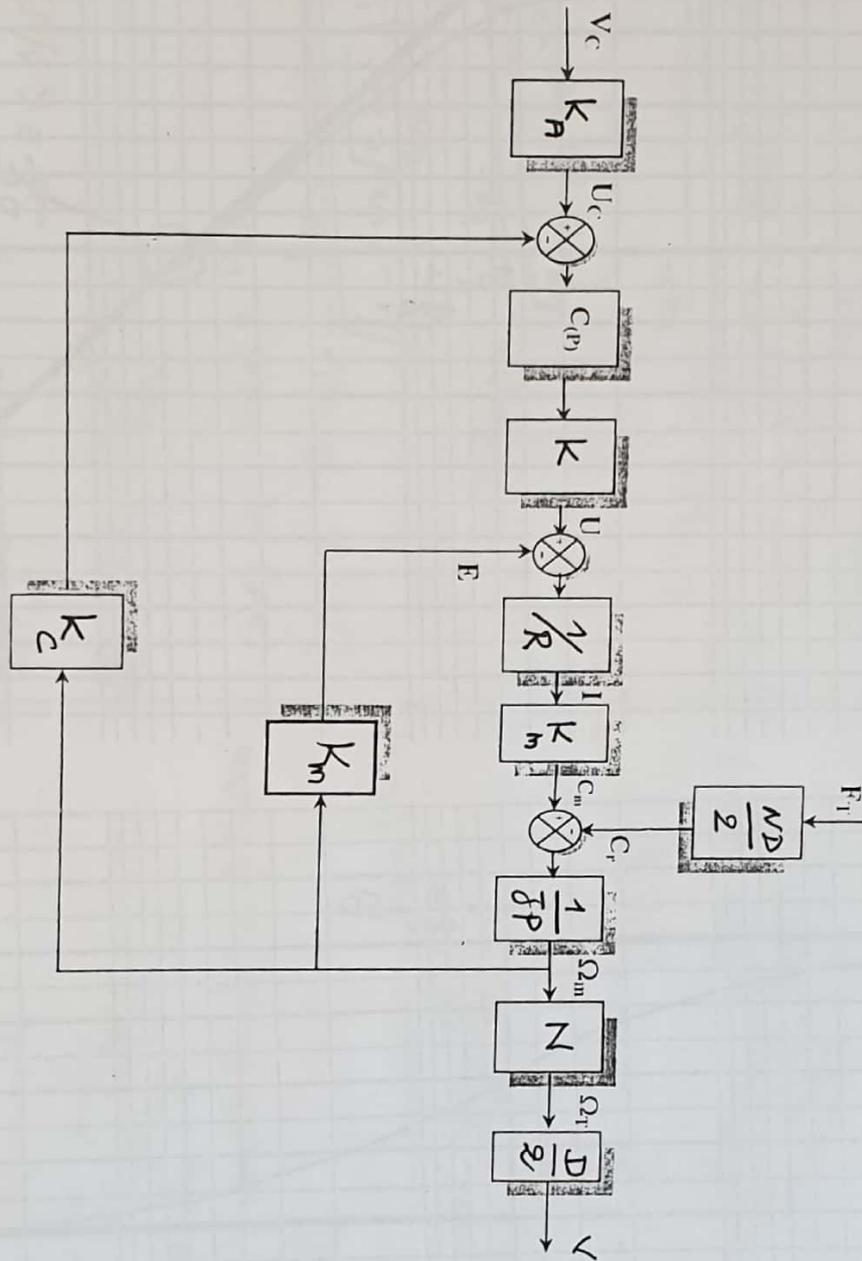
$G(w_p) = \frac{K_{BF}}{\sqrt{(1 - 1 + 2z^2)^2 + (2z \sqrt{1 - 2z^2})^2}}$

$G(w_p) = \frac{K_{BF}}{\sqrt{(2z^2)^2 + (2z)^2 (1 - 2z^2)}}$

$G(w_p) = \frac{K_{BF}}{2z \sqrt{1 - z^2}}$

soit donc: $Q = \frac{1}{2z \sqrt{1 - z^2}}$

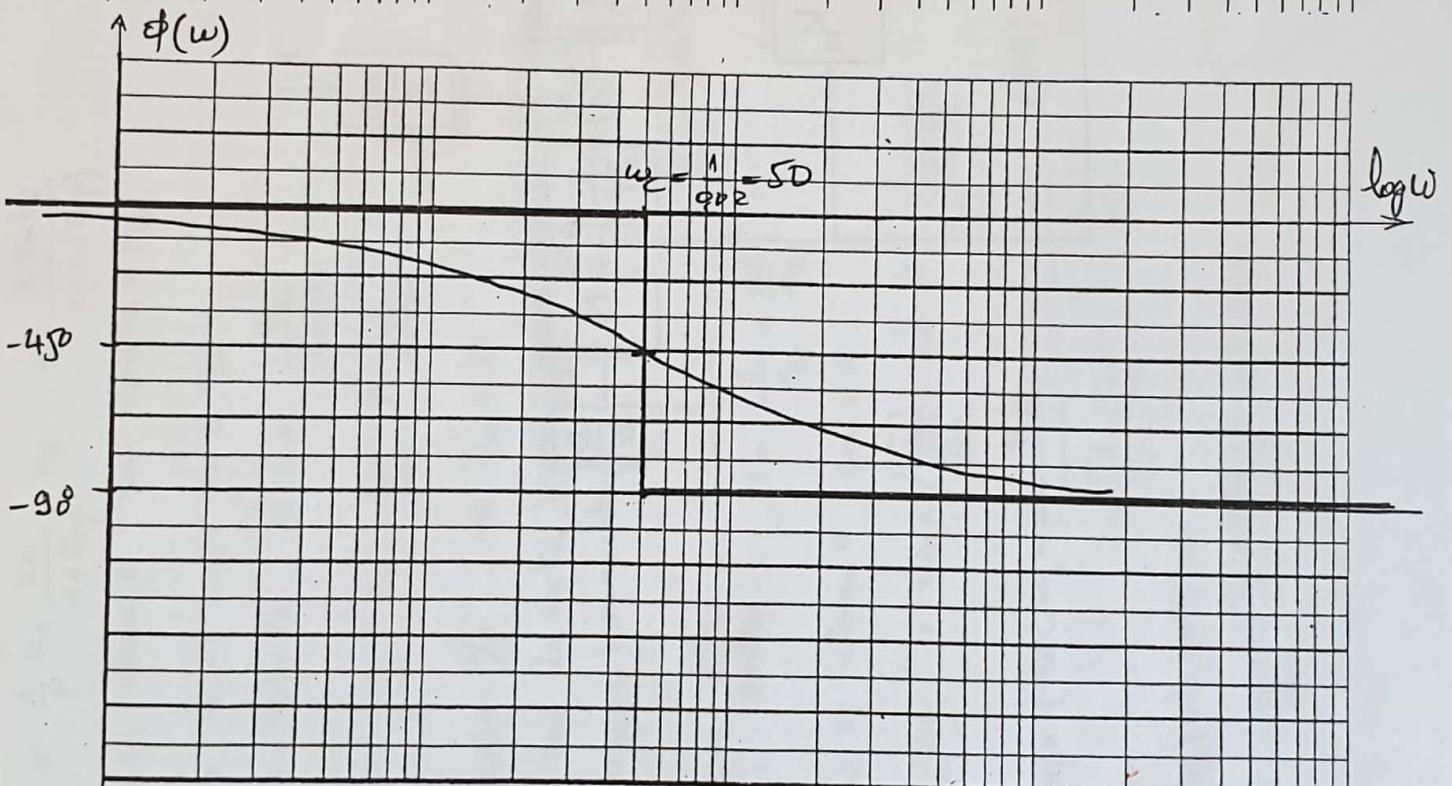
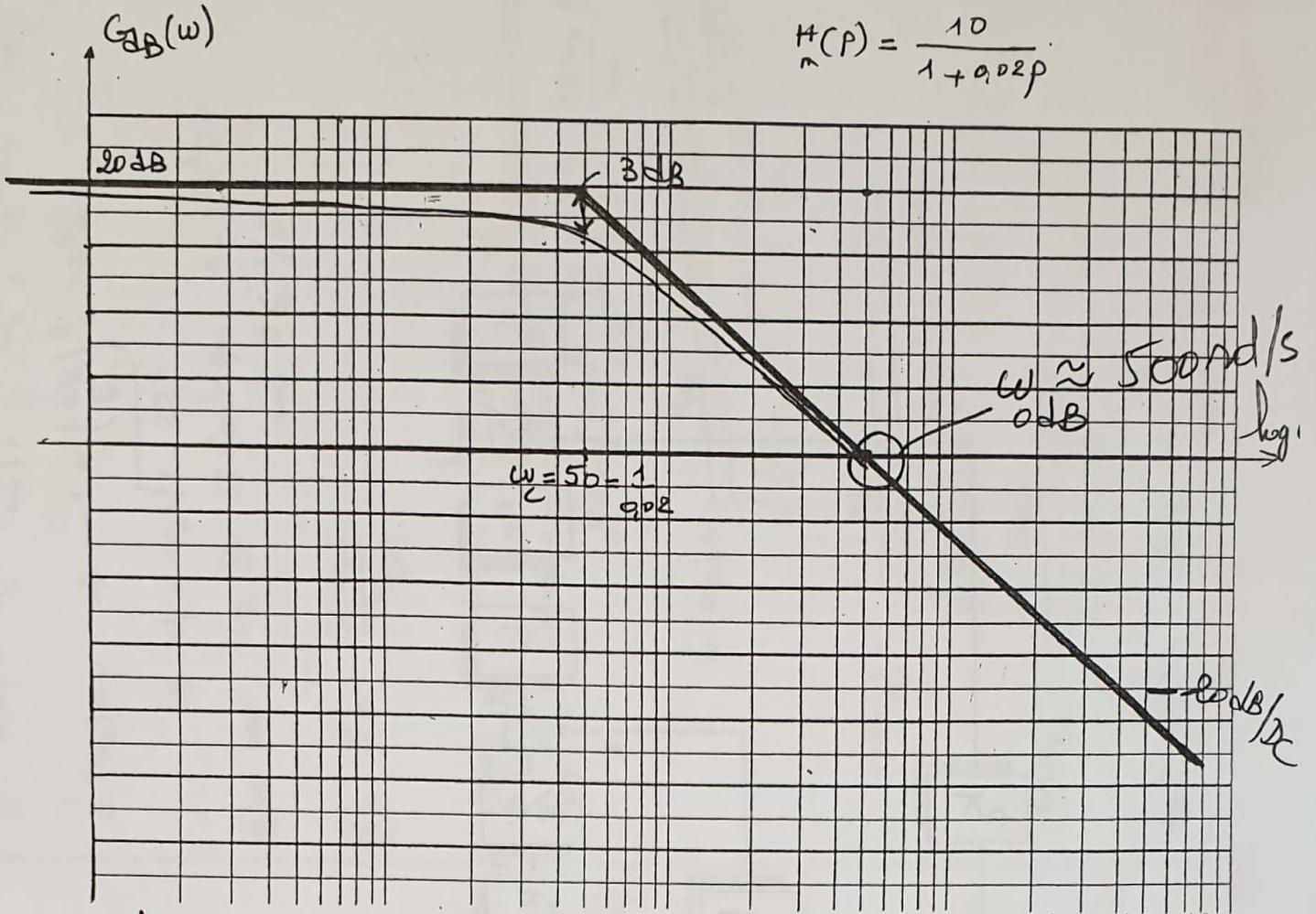
voir Doc. P:6 fin du Compté



④

Nom : CORRIGE Classe : PSI

$$H(p) = \frac{10}{1 + 0.02p}$$



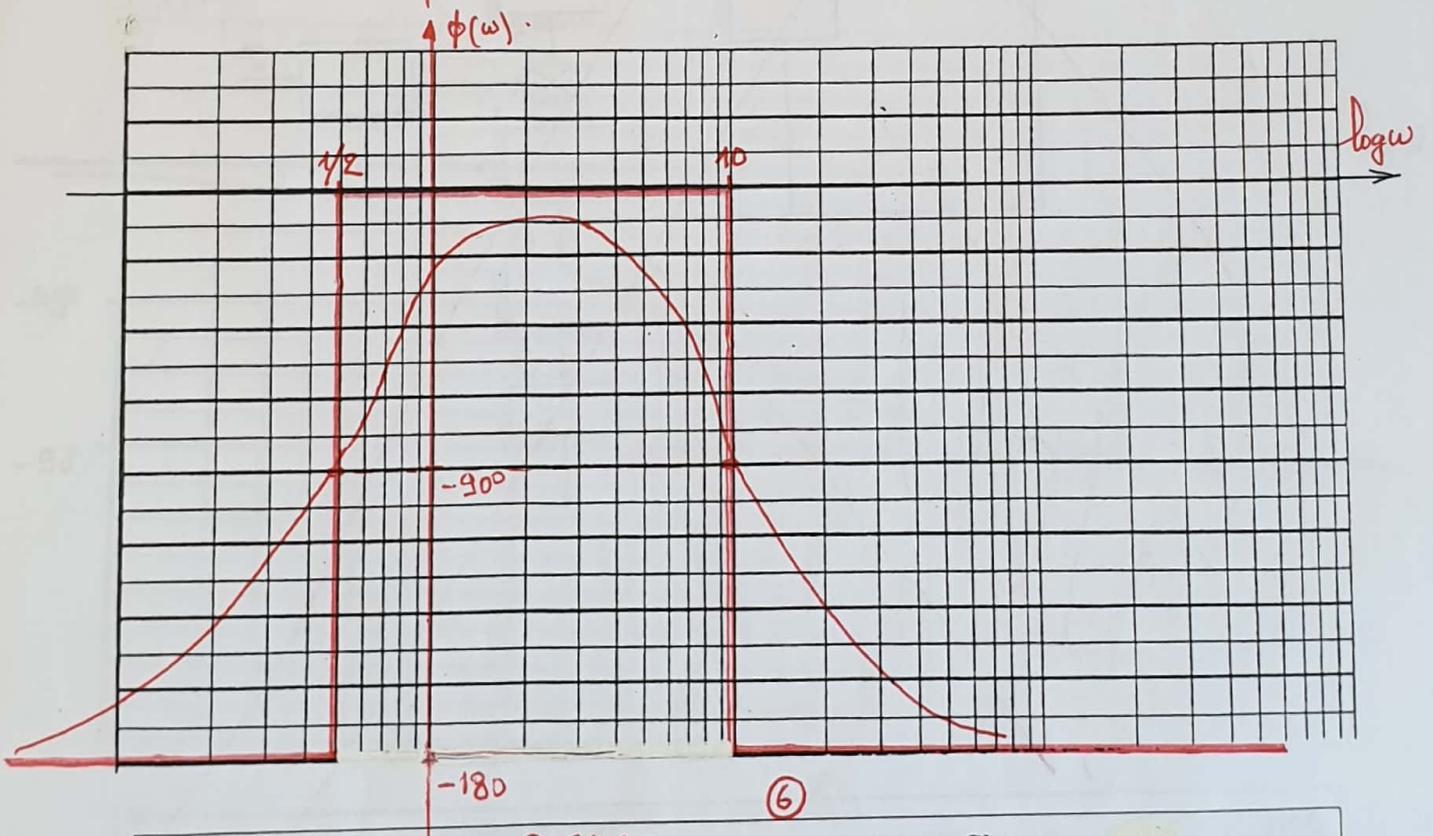
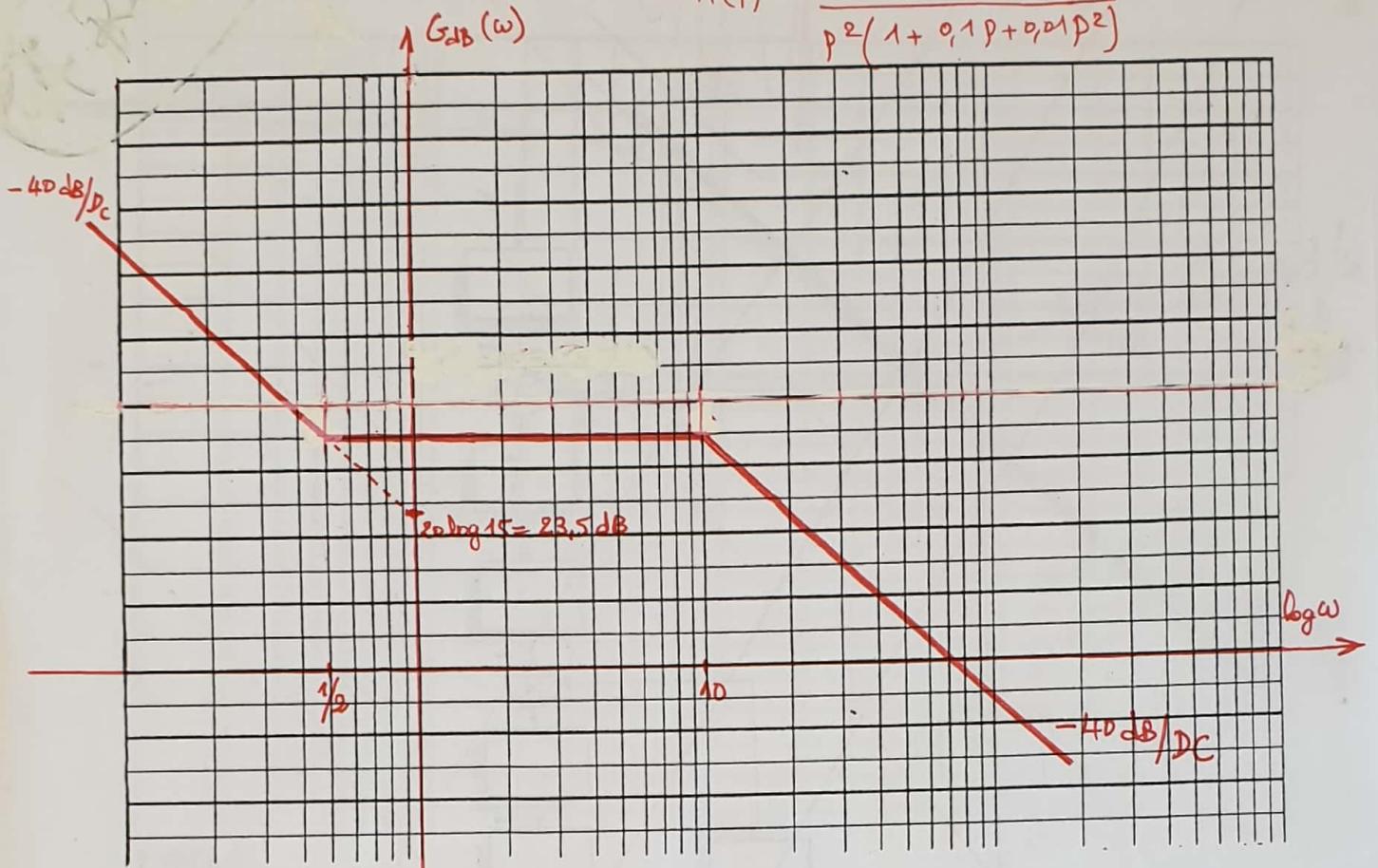
5

Nom : CORRIGE

Classe :



$$H(p) = \frac{15(1+2p)^2}{p^2(1+0,1p+0,01p^2)}$$



Nom : CORRIGE

Classe :

ASSERVISSEMENT DU DEPLACEMENT DE LA TABLE D'UNE UNITE DE PRODUCTION D'ELEMENTS EN BETON

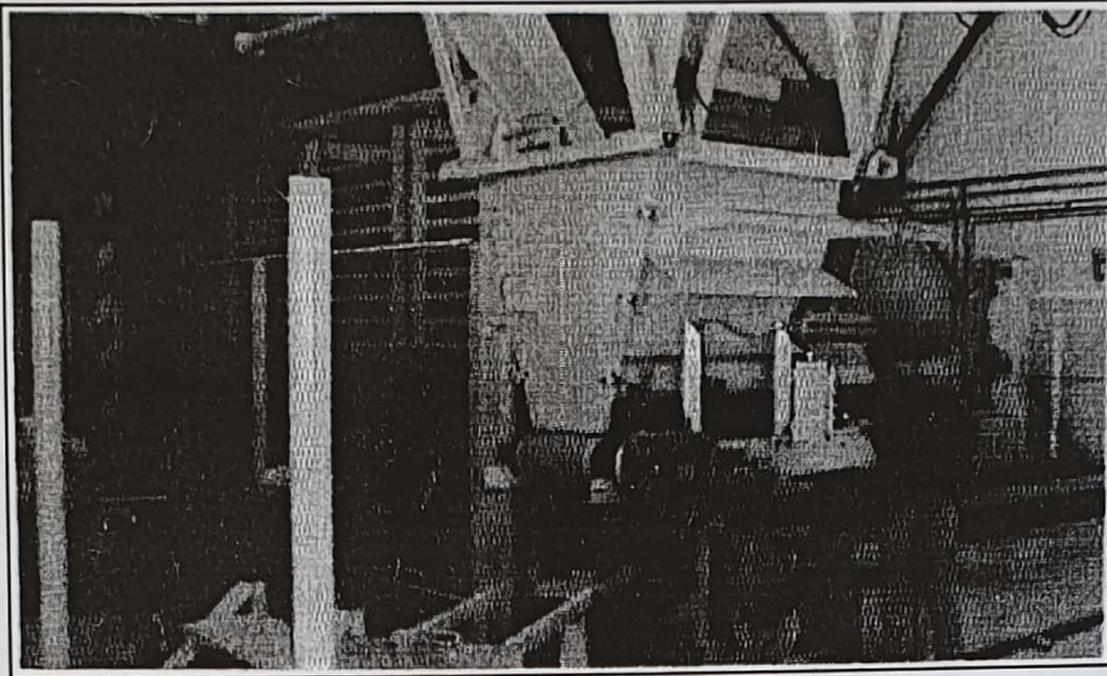


Photo : Vue d'ensemble de l'unité de production

Le système, objet de l'étude, est une unité de production d'éléments moulés en béton, tels que: dalles, margelles de piscines, pavés, etc.

L'introduction dans le magasin, des produits frais posés sur un plateau, est réalisée par un sous-système appelé « Table d'introduction », grâce à l'action de quatre vérins hydrauliques.

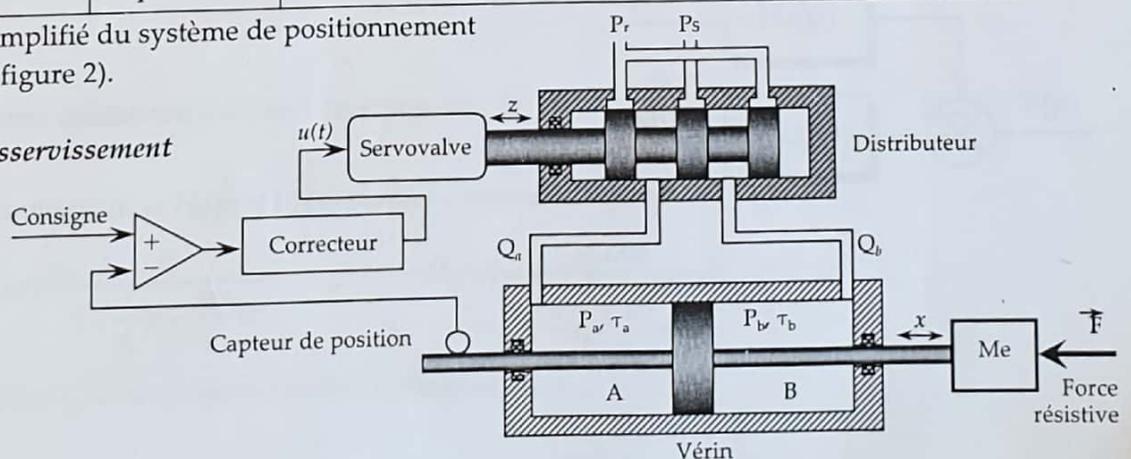
On s'intéresse à l'étude de l'asservissement en position du déplacement de la table qui passe par l'asservissement des vérins.

On considère que les relations entre les différentes vitesses sont linéarisées autour d'un point de fonctionnement. On donne un extrait du cahier de charges fonctionnel représentant le système souhaité :

| Exigence | Qualification | Critère | Niveau |
|----------------------------------|---------------|--|--|
| Asservir la position de la table | Stabilité | - Marge de phase - Marge de gain | $M_\varphi > 40^\circ$ $MG > 10 \text{ dB}$ |
| | Précision | - Ecart statique vis-à-vis de la consigne - Etre insensible aux perturbations | $\epsilon_s \text{ cons} = 0$ $\epsilon_s \text{ pert} = 0$ |
| | Rapidité | - Temps de réponse à 5% | $T_{5\%} < 0,5 \text{ s}$ |

Un premier schéma simplifié du système de positionnement est donné ci-dessous (figure 2).

Figure 2 : Système d'asservissement électro-hydraulique



- Notations: - P_s : pression de service ;
 - τ_a et τ_b : volumes respectifs des chambres A et B du vérin ;
 - P_a et P_b : pressions respectives dans les chambres A et B du vérin ;
 - Q_a et Q_b : débits respectifs des fluides alimentant les chambres A et B du vérin ;
 - f : coefficient de frottement visqueux pour les déplacements suivant \bar{x} ;
 - Me : masse équivalente des éléments en mouvement ;
 - F : force résistive équivalente s'opposant au déplacement du vérin ;
 - S : section active du vérin.

A. Etude d'un vérin hydraulique commandé : Etablissement de la fonction de transfert (vérin + charge)

Le système {vérin + charge} peut être considéré comme un système à deux entrées : le débit des fluides s'écoulant dans le vérin Q et la force résistive équivalente ramenée au vérin F , et à une sortie : la vitesse de déplacement de la tige du vérin V .

Equations hydrauliques

Hypothèses :

- L'huile est compressible et de module de compressibilité B .
- Le vérin est symétrique.
- Le distributeur est symétrique. Ceci implique qu'au repos et en l'absence de charge extérieure, les pressions dans les deux chambres A et B du vérin restent voisines de $P_s/2$.
- En écrivant que les variations des volumes dans les chambres A et B sont dues, d'une part, au débit du fluide et d'autre part, à la compressibilité de ce dernier, On démontre que :

$$Q(t) = S.V(t) + \frac{\tau}{2B} \cdot \frac{d}{dt}(P_a - P_b) \quad (1) \quad ; \quad Q(t) : \text{débit rentrant dans le vérin} \quad ; \quad \frac{\tau}{2B} : \text{constante.}$$

Equation dynamique : Le théorème de la résultante dynamique, appliqué au système mobile donne :

$$M_e \frac{dV(t)}{dt} = \Delta P(t) \cdot S - f \cdot V(t) - F(t) \quad (2) \quad ; \quad \text{avec : } \Delta P(t) = P_a - P_b .$$

Question 1 : Ecrire les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace, en formulant l'(es) hypothèse(s) nécessaire(s), et compléter le schéma-bloc de la figure 3.

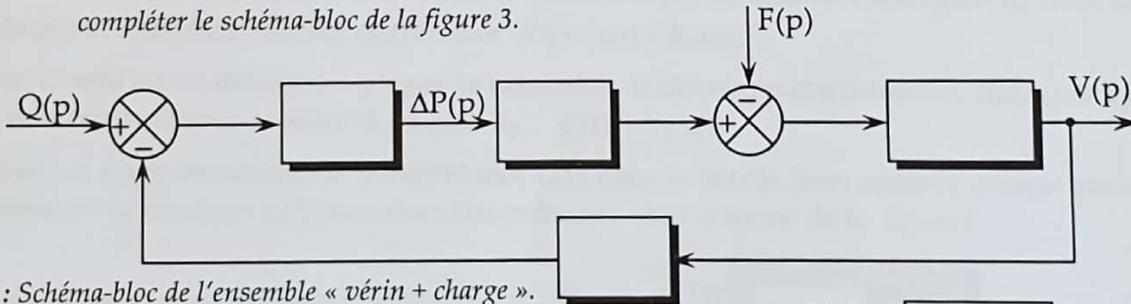


Figure 3 : Schéma-bloc de l'ensemble « vérin + charge ».

Question 2 :

- a) Reproduire le schéma ci-contre en indiquant les expressions de $H_F(p)$ et $H_Q(p)$.

b) Montrer que les transmittances $H_F(p)$ et $H_Q(p)$ peuvent s'écrire sous la forme :

$$H_Q(p) = \frac{C}{1 + \frac{f}{r_h} p + \frac{Me}{r_h} p^2} \quad , \quad H_F(p) = \frac{D \cdot p}{1 + \frac{f}{r_h} p + \frac{Me}{r_h} p^2}$$

Et identifier les termes C , D et r_h (appelée raideur hydraulique)

On donne : $S = 0.01 \text{ m}^2$, $Me = 500 \text{ kg}$, $r_n = 405.10^4 \text{ N/m}$, $f = 27000 \text{ N/ms}^{-1}$

- Question 3 : a) Ecrire la transmittance $H_Q(p)$ sous sa forme canonique et donner les expressions littérales du gain statique K_Q , la pulsation propre non amortie ω_n et le facteur d'amortissement ξ .
 b) Faire l'application numérique.

En l'absence de l'effort perturbateur ($F(p) = 0$) et pour une entrée échelon de valeur $Q_0 = 10^{-3} \text{ m}^3 / \text{s}$.

- Question 4 : a) Tracer l'allure de la vitesse $V(t)$ en précisant ses différentes caractéristiques.
 b) A partir de l'abaque fourni sur la figure 4, déterminer le temps de réponse tr à 5% du vérin+charge.

Temps de réponse réduit $tr \cdot \omega_n$

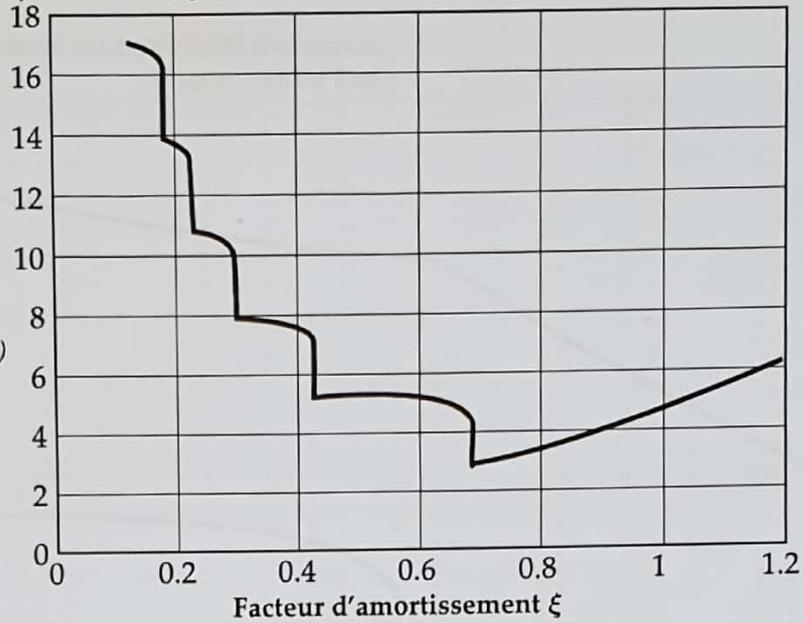


Figure 4 : Abaque du temps de réponse réduit du 2nd ordre : $tr \cdot \omega_n = f(\xi)$

B. Etablissement de la boucle d'asservissement de position

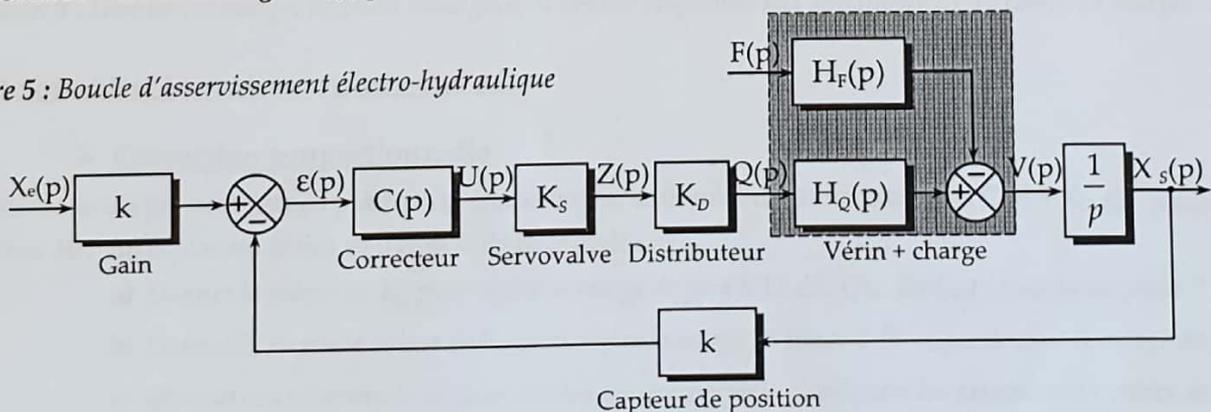
Le distributeur à commande mécanique a été remplacé par un distributeur à commande électrique proportionnelle (cf. figure 2). La position $x_s(t)$ est mesurée par un capteur de position de gain k .

La fonction de transfert de la commande électrique (servovalve) est assimilée à un gain K_S entre la tension de commande $u(t)$ et le déplacement du distributeur $z(t)$: $z(t) = K_S \cdot u(t)$.

Le fonctionnement est en dehors des plages de saturation, le distributeur n'introduit, alors, pratiquement pas de retard et sa transmittance se réduit à un gain K_D : $Q(t) = K_D \cdot z(t)$

On introduit un étage correcteur de transmittance $C(p)$ dans la boucle juste après le comparateur. La boucle d'asservissement de consigne $x_c(t)$ peut alors être présentée sous la forme de la figure 5.

Figure 5 : Boucle d'asservissement électro-hydraulique



❖ On considère le système non corrigé : $C(p) = 1$.

On donne : $K_D = 3333.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$, $K_S = 3.10^{-4} \text{ m/V}$ et $k = 50 \text{ V/m}$

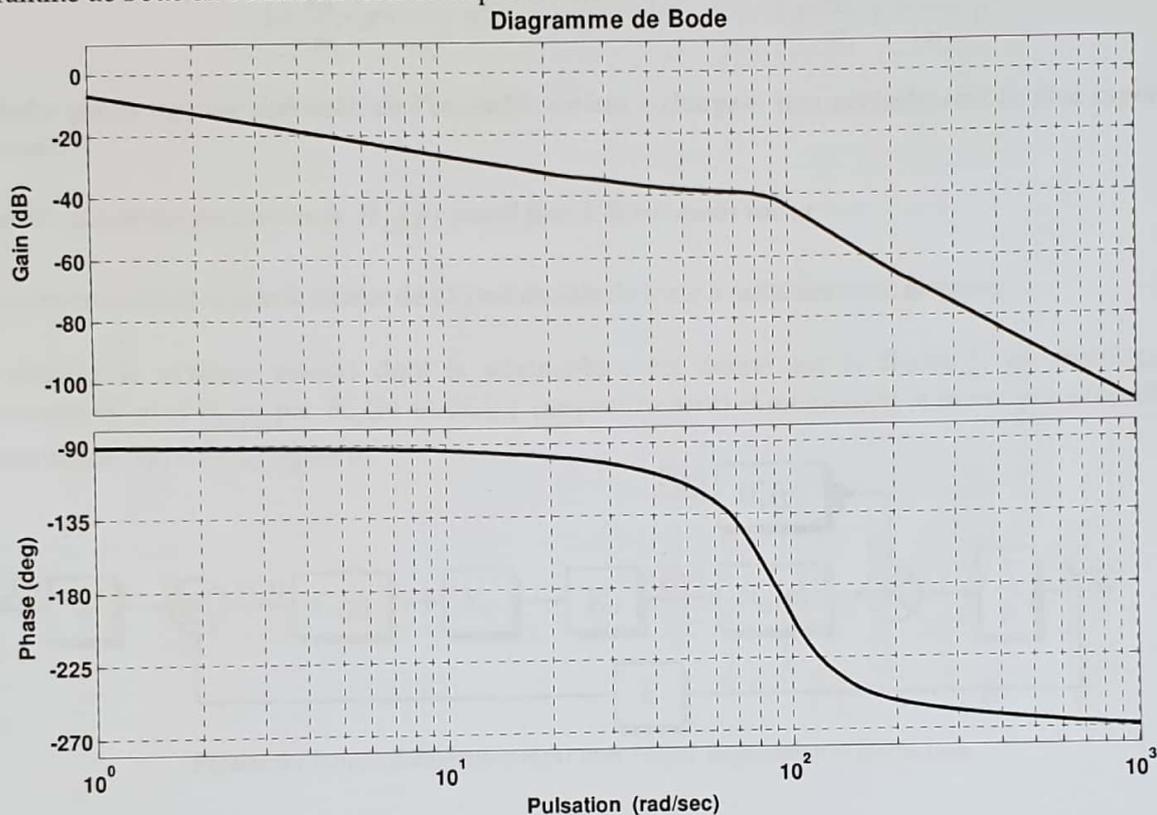
Question 5 : Justifier le terme $1/p$ entre $V(p)$ et $X_s(p)$

Question 6 : Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte et préciser ses caractéristiques.

Question 7 : Etude de la précision :

- Quel est l'écart statique ϵ_s en réponse à un échelon de consigne $x_c(t)$ de niveau X_0 ?
- L'asservissement est-il insensible à perturbation constante d'amplitude F_0 ? Expliquer.
- Conclure sur la satisfaction du cahier de charges en terme de précision ?

Le diagramme de Bode en boucle ouverte est représenté ci-dessous:



Question 8 : a) Justifier la forme des diagrammes de gain et de phase par rapport au résultat de la question précédente.

b) Tracer sur le même lieu de transfert, les diagrammes asymptotiques de gain et de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{bo}(p)$ en précisant les pulsations de cassure et les pentes.

Question 9 : Donner les marges de phase et de gain, sont-elles conformes aux spécifications du cahier de charges ?

❖ On considère le système corrigé : $C(p) \neq 1$.

➤ Correction proportionnelle

On opte dans un premier temps pour un correcteur proportionnel de transmittance : $C(p) = K_C$ (K_C positif).

Question 10 : En exploitant le lieu de transfert de Bode ci-dessus :

- Donner la valeur de K_C pour régler la marge de gain à 12 dB. Que devient la marge de phase ?
- Donner la nouvelle valeur de K_C pour régler la marge de phase à 45° . Que devient la marge de gain ?
- Conclure sur l'aptitude de la correction proportionnelle à satisfaire les exigences du cahier de charges en terme de stabilité.

➤ Correction à retour de pression

On opte finalement pour une correction à retour de pression dont le principe consiste à relier les deux chambres du vérin par une canalisation de **petite section**.

$$\text{L'équation hydraulique devient, alors : } Q(t) - \lambda \Delta P(t) = S.V(t) + \frac{d\Delta P(t)}{dt} \cdot \frac{\tau}{2B} \quad (3)$$

$$\text{La vitesse } V(p) \text{ s'écrit alors : } V(p) = H_Q^*(p) \cdot Q(p) + H_F^*(p) \cdot F(p). \quad (4)$$

Où : $H_Q^*(p)$ et $H_F^*(p)$ des transmittances de formes :

$$H_Q^*(p) = \frac{K_Q^*}{1 + \frac{2\xi^*}{\omega_n^*} p + \frac{1}{\omega_n^{*2}} p^2} \quad ; \quad H_F^*(p) = \frac{K_F^* (1 + T_F p)}{1 + \frac{2\xi^*}{\omega_n^*} p + \frac{1}{\omega_n^{*2}} p^2}$$

On souhaite que la réponse indicielle de l'ensemble « vérin + charge » non perturbé soit la plus rapide sans dépassement.

Question 11 : Lequel des paramètres de $H_Q^*(p)$ faut-il fixer ? Et sur quelle valeur ?

Dans la suite on considère que la valeur de (λ) est choisie de sorte à satisfaire cette exigence.

On reconsidère le système asservi dont le schéma-bloc est donné sur la figure 5, en remplaçant les transmittances $H_F(p)$ et $H_Q(p)$ par $H_Q^*(p)$ et $H_F^*(p)$ (respectivement) et en gardant le correcteur proportionnel de transmittance $C(p) = K_C$ (cf. figure 6).

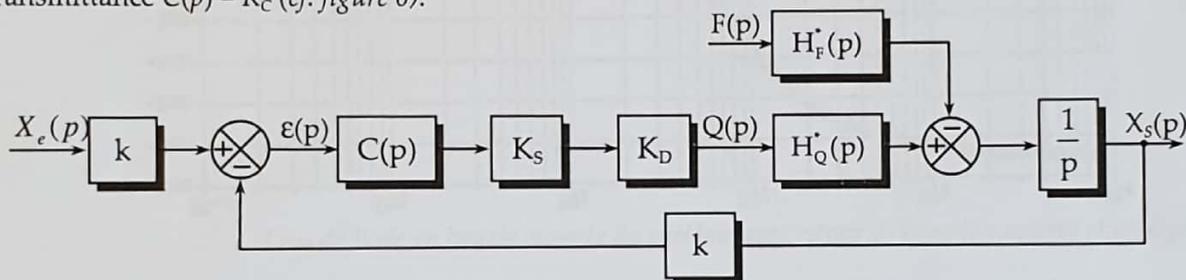


Figure 6 : Boucle d'asservissement avec retour de pression et correction

On donne la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte :

$$H_{BO}^*(p) = \frac{10 \cdot K_C}{p \left[1 + \frac{2}{54} p + \frac{1}{54^2} p^2 \right]} \quad (5)$$

Question 12 : a) Déterminer la valeur de K_C pour régler la marge de gain MG à 13 dB.

b) On donne : $\left| H_{BO}^*(j\omega) \right|_{dB} = 0_{dB}$ pour $\omega = \omega_{co} = 20,64 \text{ rad/s}$.

Que sera la marge de phase $M\varphi$ pour cette valeur de K_C .

c) Conclure sur la satisfaction du cahier de charges en terme de marge de stabilité et sur l'intérêt du « retour de pression » effectué.

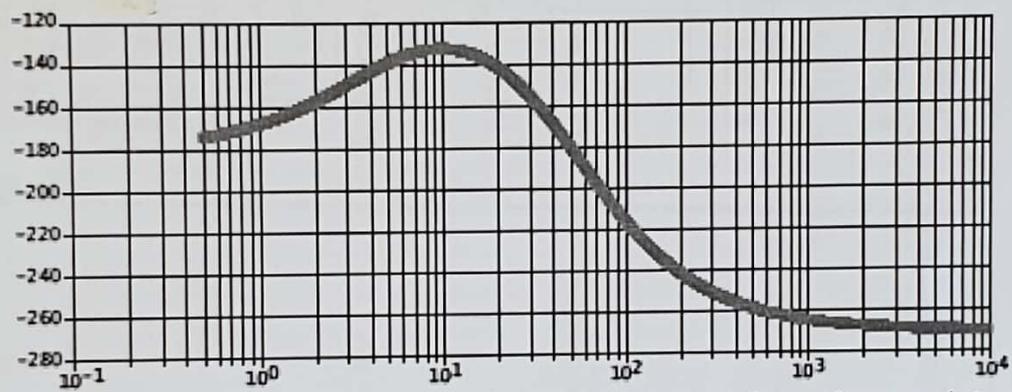
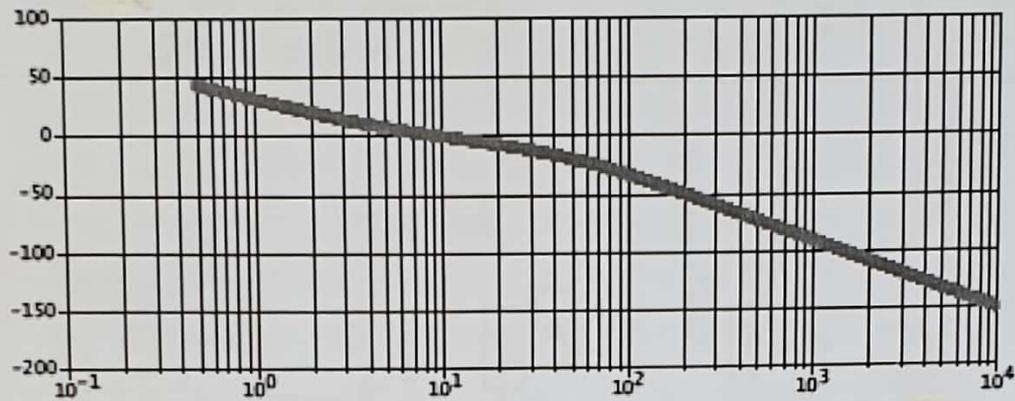
➤ Correction proportionnelle- intégrale (P.I.) :

Il est aisé de constater que la correction proportionnelle associée au retour de pression n'est plus en mesure d'annuler la sensibilité du système aux perturbations. Le correcteur est choisi de la forme : $C(p) = K_C \frac{1 + T_p p}{T_p}$

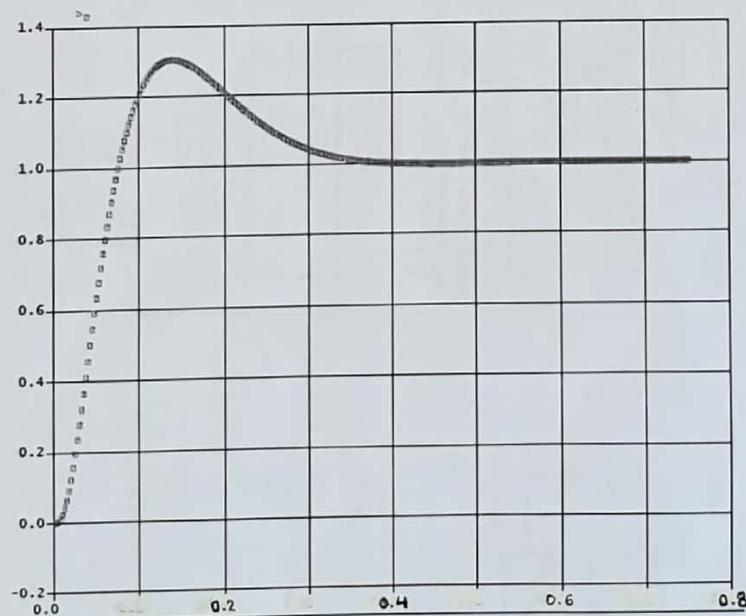
- Question 13 : Tracer le lieu de transfert de Bode (diagramme asymptotique et allure des courbes) de $C(p)$ en y indiquant les différentes valeurs remarquables.
- Question 14 : Quel est l'intérêt d'un tel correcteur en regard des performances précision, rapidité et stabilité ?

En se référant aux courbes ci-dessous :

- Question 15 : Vérifiez que le système simulé correspond à celui souhaité. Expliquez à l'aide d'un tableau comparatif.



Lieu de Bode en boucle ouverte du système avec retour de pression asservi et corrigé



Réponse indicielle en boucle fermée du système avec retour de pression asservi et corrigé

Asservissement du déplacement de la table D'une unité de production d'éléments en Béton

A:

$$\begin{cases} \Phi(P) = S V(P) + \frac{ZP}{2B} \Delta P(P) & (1) \\ M_p V(P) = \Delta P(P) \cdot S - f \cdot V(P) - F(P) & (2) \end{cases}$$

On a $\Delta P = (Q - H_4 V) H_1$

(1) $\Rightarrow \Delta P = \frac{2B}{ZP} (Q(P) - S V(P))$

Donc: $\begin{cases} H_4 = S \\ H_1 = \frac{2B}{ZP} \end{cases}$

On a aussi $V = (H_2 \Delta P - F) H_3$

(2) $\Rightarrow V(P) = \frac{1}{M_p + f} (S \Delta P(P) - F(P))$

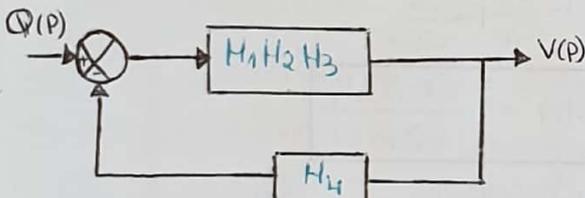
Donc $\begin{cases} H_2 = S \\ H_3 = \frac{1}{M_p + f} \end{cases}$

Q2/a) On a $V(P) = Q(P) H_Q(P) - F(P) H_F(P)$

Donc: $H_Q(P) = \frac{V(P)}{Q(P)} \mid F(P) = 0$

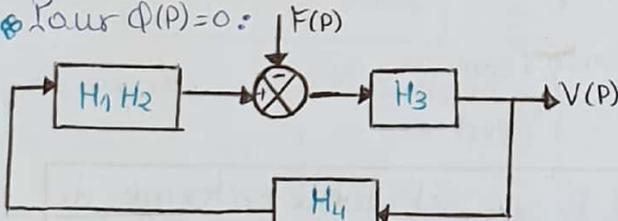
Et: $H_F(P) = \frac{V(P)}{-F(P)} \mid Q(P) = 0$

⊛ Pour $F(P) = 0$:



Donc $H_Q(P) = \frac{H_1 H_2 H_3}{1 + H_1 H_2 H_3 H_4}$

⊛ Pour $Q(P) = 0$:



Donc $H_F(P) = \frac{V(P)}{-F(P)} = \frac{H_3}{1 + H_1 H_2 H_3 H_4}$

Avec $H_1 = \frac{2B}{ZP}$, $H_2 = S$, $H_4 = S$

$H_3 = \frac{1}{M_p + f}$

1/4

Donc $H_Q(P) = \frac{\frac{2BS}{ZP(P+M_p)}}{1 + \frac{2BS^2}{ZP(P+M_p)}}$

$$= \frac{2BS}{2P(P+M_p) + 2BS^2}$$

b) $H_Q(P) = \frac{1/S}{1 + \frac{2Pp}{2BS^2} + \frac{2M}{2BS^2} p^2}$

Donc $-C = \frac{1}{S}$

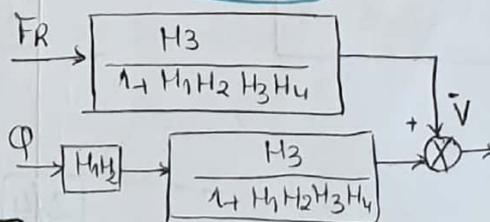
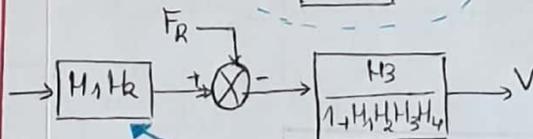
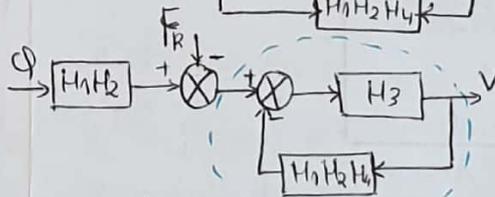
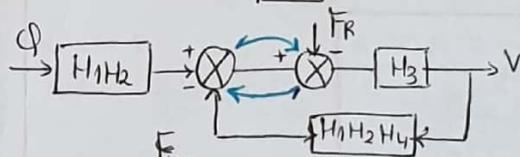
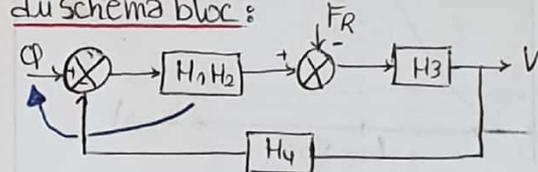
$$\begin{cases} -\frac{p}{\sigma_H} = \frac{2P}{2BS^2} \\ -\frac{M}{\sigma_H} = \frac{2M}{2BS^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = \frac{1}{S} \\ \sigma_R = \frac{2BS^2}{2} \end{cases}$$

$H_F(P) = \frac{\frac{1}{P+M_p}}{1 + \frac{2BS^2}{ZP(P+M_p)}} = \frac{ZP}{2P(P+M_p) + 2BS^2}$

$H_F(P) = \frac{ZP/2BS^2}{1 + \frac{2P}{2BS^2} p + \frac{2M}{2BS^2} p^2}$

Donc: $D = \frac{Z}{2BS^2}$

Autre méthode: Transformations successives du schéma bloc:



Donc $H_F(P) = \frac{H_3}{1 + H_1 H_2 H_3 H_4}$

$H_Q(P) = \frac{H_1 H_2 H_3}{1 + H_1 H_2 H_3 H_4}$

Q3/ a) $H_Q(P) = \frac{C}{1 + \frac{f}{r_H} p + \frac{M_e}{r_H} p^2}$

$K_Q = C = \frac{1}{S}$

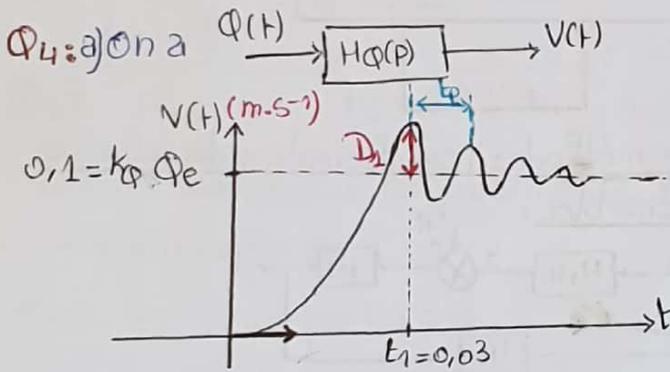
$\frac{M_e}{r_H} = \frac{1}{\omega_n^2} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{r_H}{M_e}}$

$\frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{f}{r_H} \Rightarrow \xi = \frac{f \omega_n}{2 r_H}$

$\Rightarrow \xi = \frac{f}{2 r_H} \sqrt{\frac{r_H}{M_e}}$

$\xi = \frac{f}{2 \sqrt{r_H M_e}}$

b) AN $K_Q = 100 m^{-2}$
 $\omega_n = 90 \text{ rad/s}$
 $\xi = 0,3$



* $t_1 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \xi^2}} = 0,03 \text{ s}$

* $D_1 = 0,1 e^{-\frac{\pi \cdot 0,3}{\sqrt{1 - (0,3)^2}}}$
 $= 0,03 \text{ ms}^{-1}$

* $t_p = 2 \times t_1 = 0,06 \text{ s}$

b) Pour $\xi = 0,03$ Abaque $8 \leq t_{5\%} \omega_n \leq 10$

$\frac{8}{\omega_n} \leq t_{5\%} \leq \frac{10}{\omega_n}$

Donc $0,08 \leq t_{5\%} \leq 0,11$

B:

Q5/ on a $V(t) = \frac{dx_s(t)}{dt}$

Donc $V(P) = X_s(P)$

cad $\frac{X_s(P)}{V(P)} = \frac{1}{P}$ (Intégration)

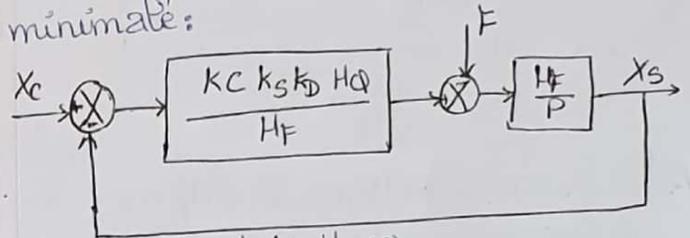
Q6/ $H_{B0}(P) = C(P) \cdot K_S \cdot K_D \cdot H_Q(P) \times \frac{K}{P}$

DC: $H_{B0}(P) = \frac{K_S K_D K K_Q}{P (1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2})}$
 gain: $K_S K_D K K_Q$
 classe: 1
 ordre: 3

Q7/

a) Entrée échelon $\Rightarrow E_S = 0$
 $d_{B0} = 1$

b) Transformons le schéma bloc sous forme minimale:



$G_I(P) = \frac{K_C(P) K_S K_D H_Q(P)}{H_F(P)}$
 $= \frac{K_P}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$
 $= \frac{D_P}{1 + \frac{2\xi}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$

Donc $G_I(P) = \frac{K K_S K_D K_P}{D_P}$

de classe: 1.

Donc le système est insensible à une perturbation constante.

c) on a $\xi_{cons} = 0$
 $\xi_{pert} = 0$

Donc le sys respecte le cahier de charge en terme de précision.

Q8/-

a). En BF: La phase = $-90 \Rightarrow \alpha_{B0} = 1$

En HF: La phase = -270 et courbe de phase monotone.

Alors $n_{B0} = 3$

$$\text{On a trouvé } H_{B0} = \frac{k_{B0}}{P(1 + \frac{2\xi}{\omega_n} P + \frac{P^2}{\omega_n^2})}$$

Avec $k_{B0} = k \cdot K_B \cdot K_D \cdot K_F$

• En effet $\alpha_{B0} = 1$ et $n_{B0} = 3$

D'après la courbe de phase $\varphi(\omega_n) = -180$
 $\omega_n = 90$ rad/s ce qui correspond à la valeur trouvée précédemment.

- sur la courbe de gain on a une résonance justifiée car ξ trouvée est $0,3 < \frac{1}{\sqrt{2}}$.

b). $\boxed{MG = 42 \text{ dB}}$
 $\boxed{MP = 90^\circ}$

Q9/- On a bien $MP > 40^\circ$ et $MG > 10 \text{ dB}$

Donc la stabilité est conforme au cahier de charge.

Q10/- a). Pour que MG soit = 12 dB , il faut déplacer la courbe de Gain de :

$$42 - 12 = 30 \text{ dB}$$

On a $20 \log K_c = 30 \text{ dB}$

$$\Rightarrow \boxed{K_c = 10^{\frac{30}{20}} = 31,62}$$

ω_{dB} devient égale à 10 rad/s ce qui ramène $MP = 90^\circ$

b). Pour que $MP = 45^\circ$, il faut que $\omega_{dB} = \omega_{\text{total}}$
il faut que la courbe de gain monte de 40 dB .

On a alors $20 \log K_c = 40 \text{ dB}$

$$\text{Donc } \boxed{K_c = 10^{\frac{40}{20}} = 100}$$

MG devient alors : $MG = 42 - 40 = 2 \text{ dB}$.

$\boxed{3/4}$

c) - La correction proportionnelle ne permet pas de satisfaire les exigences du cahier de charge en terme de stabilité.

Q11/-

Il suffit de prendre ξ^* égale à 1 .

Q12/-

a) $H_{B0}^*(P) = \frac{10kc}{P(1 + \frac{2}{54}P + \frac{P^2}{54^2})}$

$$MG = 13 \text{ dB} = 20 \log |H_{B0}^*(j\omega_{-180})|$$

on a :

$$|H_{B0}^*(j\omega)| = \left| \frac{10kc}{j\omega(1 + \frac{2}{54}j\omega + \frac{(j\omega)^2}{54^2})} \right|$$
$$= \frac{10kc}{\omega \sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{54^2})^2 + (\frac{2\omega}{54})^2}}$$

Donc

$$-20 \log \frac{10kc}{\omega_{-180} \sqrt{(1 - \frac{\omega_{-180}^2}{54^2})^2 + (\frac{2\omega_{-180}}{54})^2}} = 13 \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \log \frac{10kc}{\omega_{-180} \sqrt{(1 - \frac{\omega_{-180}^2}{54^2})^2 + (\frac{2\omega_{-180}}{54})^2}} = \frac{-13}{20}$$

$$\Rightarrow \frac{10kc}{\omega_{-180} \sqrt{(1 - \frac{\omega_{-180}^2}{54^2})^2 + (\frac{2\omega_{-180}}{54})^2}} = 10^{\frac{-13}{20}}$$

Donc :

$$K_c = \frac{10^{\frac{-13}{20}}}{10} \omega_{-180} \sqrt{(1 - \frac{\omega_{-180}^2}{54^2})^2 + (\frac{2\omega_{-180}}{54})^2}$$

→ Determinons ω_{-180} :

on a $\text{Arg}(H_{B0}^*(j\omega_{-180})) = -180^\circ$

$$\text{Arg}(H_{B0}^*(j\omega)) = \text{Arg}(10kc) - \text{Arg} \left[j\omega \left(1 - \frac{\omega^2}{54^2} + j\frac{2\omega}{54} \right) \right]$$
$$= -\text{Arg}(j\omega) - \text{Arg} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{54^2} \right) + j\frac{2\omega}{54} \right]$$
$$= -90 - \text{Arctan} \left(\frac{2\omega/54}{1 - \frac{\omega^2}{54^2}} \right)$$

Pour $\omega = \omega_{-180}$:

$$-90 - \text{Arctan} \left(\frac{2\omega_{-180}/54}{1 - \frac{\omega_{-180}^2}{54^2}} \right) = -180^\circ$$

$$\text{Arctan} \left(\frac{\omega_{180}/54}{1 - \frac{\omega_{180}^2}{54^2}} \right) = +90$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{\omega_{180}^2}{54^2} = 0$$

$$\Rightarrow \omega_{180} = 54 \text{ rad/s} \text{ valeur prévisible}$$

car puisque $\omega_{180} = \omega_n^*$

$$\text{Donc } K_c = 2,41.$$

b)

$$\begin{aligned} \text{MP} &= 180^\circ - \text{Arg}(H_{Bc}^*(j\omega_{cc})) \\ &= 180^\circ - 90^\circ - \text{Arctan} \left(\frac{2\omega_{cc}/54}{1 - \frac{\omega_{cc}^2}{54^2}} \right) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{MP} = 48,16^\circ$$

c/c: Les exigences de stabilité sont satisfaites, de plus, le venin est rapide sans dépassement.

Rigue:

$$* d_{B0} = 1 \Rightarrow \xi_{scors} = 0$$

* Disposition de l'intégration en amont de la perturbation ce qui rend l'asservissement sensible à cette dernière.

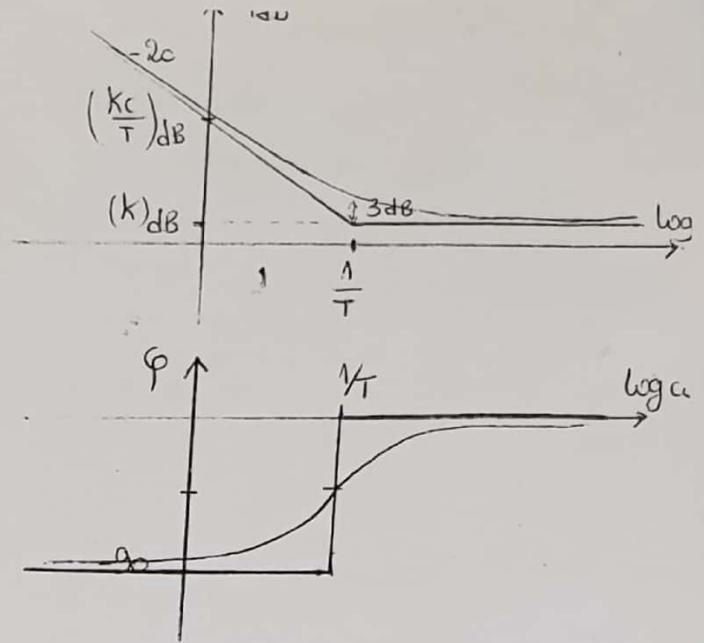
\Rightarrow CDCF non satisfait.

Ph3:

$$C(p) = \left(\frac{K_c}{T}\right) \left(\frac{1}{P}\right) \left(\frac{1}{1+TP}\right)^{-1}$$

| ω | | $\frac{1}{T}$ |
|------------------------------------|-----|---------------|
| $\frac{K_c}{T}$ | 0 | 0 |
| $\frac{1}{P}$ | -20 | -20 |
| $\left(\frac{1}{1+TP}\right)^{-1}$ | 0 | 20 |
| G_{dB} | -20 | 0 |
| φ | -90 | 0 |

4/4



Q14/.

Ce correcteur permet d'améliorer la précision (la rapidité) \rightarrow car d_{B0} devient égale à 2;

\rightarrow Prévoir une intégration en amont de la perturbation.

Mais détériore la stabilité.

| Q15/. | | système souhaité | système simulé |
|-----------|---------|------------------|----------------|
| STABILITE | MP | 40° mini | 45° |
| | MG | 10 dB mini | 20 dB |
| PRECISION | Es cors | 0 | 0 |
| | Es pert | 0 | 0 |
| RAPIDITE | T5% | 0,5s Max | 0,3s |

c/c le système est satisfaisant en vue des exigences du cahier des charges

Exercice 1

On considère un système asservi à retour unitaire dont la F.T.B.O est : $G(p) = \frac{1}{(1+p)^4}$.

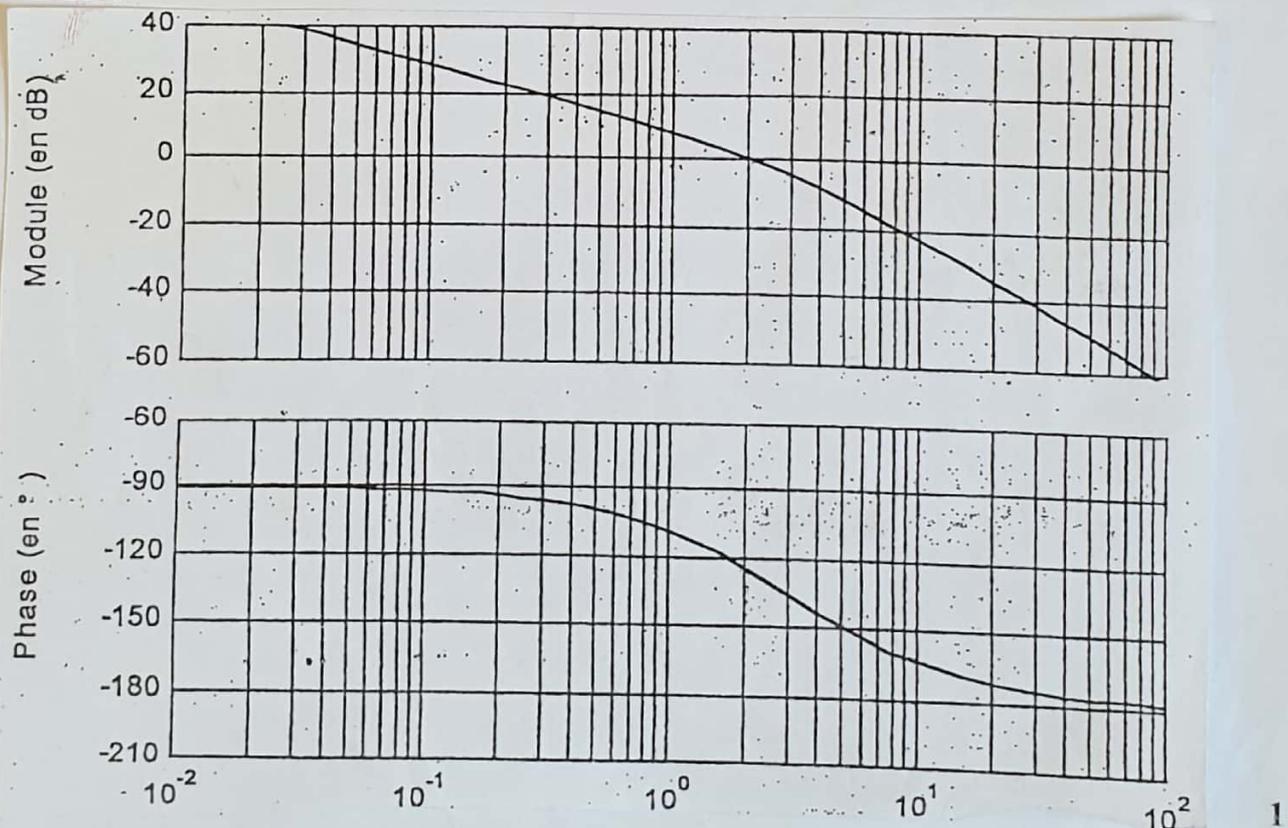
Un correcteur proportionnel de gain K est placé juste après le comparateur.

1. Tracer le schéma bloc de l'asservissement ;
2. Déterminer sa F.T.B.O ;
3. Calculer la valeur du gain K pour que :
 - a. Le système soit stable ;
 - b. La marge de phase soit de 45° , puis déduire sa marge de gain ;
 - c. La marge de gain soit de 10db , puis déduire sa marge de phase ;
4. pour la valeur de K calculée dans la question 1-b, déterminer l'erreur de l'asservissement en régime permanent de pour une entrée :
 - a. Echelon d'amplitude e ;
 - b. Rampe de pente v .

Exercice 2

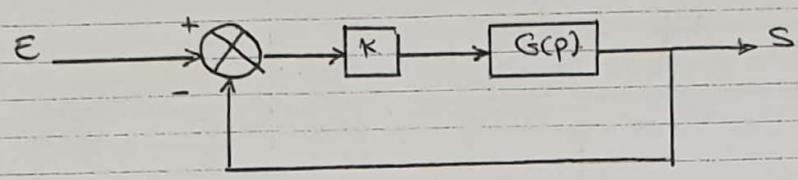
Le schéma ci-dessous représente la réponse fréquentielle en boucle ouverte d'un asservissement.

1. Identifier la F.T.B.O ;
2. Quelle est l'erreur de position et de traînage de cet asservissement ;
3. Déterminer, graphiquement, MP et MG ;
4. Déterminer la valeur A du gain à injecter en boucle ouverte pour que MP soit égale à 30° .



Exercice 1:

1) Traçons le schéma bloc de l'asservissement :



2) Déterminons sa F.T.B.O

$H_{BO}(p) = K \cdot G(p)$

$$H_{BO}(p) = \frac{K}{(1+p)^4}$$

3) a) Calculons la valeur du gain K pour que le système soit stable.

* Déterminons la F.T.B.F.

$$H_{BF}(p) = \frac{H_{BO}}{1 + H_{BO}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{K}{K + (1+p)^4}$$

l'eqt caractéristique est :

$$\begin{aligned} \Delta(p) &= K + (1+p)^4 \\ &= K + p^4 + 4p^3 + 6p^2 + 4p + 1 \\ &= p^4 + 4p^3 + 6p^2 + 4p + (K+1) \end{aligned}$$

1^{ère} condition : $K+1 > 0 \iff K > -1$

Condition vérifiée car $K > 0$.

* Construisons le tableau de ROUTH.

| | | | |
|-------|------------------------|---------|---------|
| p^4 | 1 | 6 | $(K+1)$ |
| p^3 | 4 | 4 | 0 |
| p^2 | 5 | $(K+1)$ | 0 |
| p^1 | $4 - \frac{4}{5}(K+1)$ | 0 | |
| p^0 | $(K+1)$ | | |

← Colonne des pivots

→ 2^{ème} Condition de ROUTH : $4 - \frac{4}{5}(K+1) > 0$

$\Rightarrow K+1 < 5$

$\Rightarrow \boxed{K < 4}$

b). Calculons la valeur de K pour que la MP soit de 45°.

MP = 45° = 180 - Arg (H_{B0}(jω_{0dB}))

Arg (H_{B0}(jω_{0dB})) = -135° (*)

Or H_{B0}(p) = $\frac{K}{(1+p)^4}$

H_{B0}(jω) = $\frac{K}{(1+j\omega)^4} \Rightarrow \text{Arg}(H_{B0}(j\omega)) = -4 \text{Arctg}(\omega)$ (**)

(*) et (**) $\Rightarrow -4 \text{Arctg}(\omega_{0dB}) = -135°$

$\Rightarrow \omega_{0dB} = \text{tg}\left(\frac{135}{4}\right)$

$\Rightarrow \omega_{0dB} = 0,67 \text{ rad/s}$

Or ω_{0dB} est telle que : $20 \log |H_{B0}(j\omega_{0dB})| = 0 \text{ dB}$ (***)

$|H_{B0}(j\omega)| = \frac{K}{(\sqrt{1+\omega^2})^4} = \frac{K}{(1+\omega^2)^2}$

(***) $\Rightarrow \frac{K}{(1+\omega_{0dB}^2)^2} = 1$

$\Rightarrow \boxed{K = (1 + \omega_{0dB}^2)^2}$

A.N : $\boxed{K = 2,09}$

→ Déterminons MG :

MG = $-20 \log |H_{B0}(j\omega_{-180})|$

avec ω₋₁₈₀ est telle que : Arg H_{B0}(jω₋₁₈₀) = -180°

Or Arg H(jω₋₁₈₀) = $-4 \text{Arctg}(\omega_{-180}) = -180°$

$\Rightarrow \text{Arctg}(\omega_{-180}) = 45$

$\Rightarrow \boxed{\omega_{-180} = 1 \text{ rad/s}}$

MG = $-20 \log \left(\frac{K}{(1+(\omega_{-180})^2)^2} \right)$

= $-20 \log \left(\frac{2,09}{4} \right)$

donc $\boxed{MG = 5,63 \text{ dB}}$

c) Calculons la valeur de K pour que la MG soit de 10 dB

$$MG = -20 \log \left(\frac{K}{(1 + \omega_{-180}^2)^2} \right) = 10 \text{ dB}$$

avec ω_{-180} est telle que : $\text{Arg } H_{B0}(j\omega_{-180}) = -180^\circ$

$$\Rightarrow -4 \text{ Arctg}(\omega_{-180}) = -180^\circ$$

$$\Rightarrow \omega_{-180} = 1 \text{ rad/s}$$

$$\Rightarrow -20 \log \left(\frac{K}{4} \right) = 10 \text{ dB}$$

$$\log \left(\frac{K}{4} \right) = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{K = 4 \times 10^{-1/2} = 1,26}$$

* Déterminons M.P.:

$$M.P. = 180^\circ + \text{Arg}(H_{B0}(j\omega_{0dB}))$$

avec ω_{0dB} est telle que : $\frac{K}{(1 + \omega_{0dB}^2)^2} = 1$

$$\omega_{0dB} = \sqrt{\sqrt{K} - 1}$$

$$\omega_{0dB} = \sqrt{\sqrt{1,26} - 1} = 0,35 \text{ rad/s}$$

$$M.P. = 180 - 4 \text{ Arctg}(0,35)$$

$$\boxed{M.P. = 109,84^\circ}$$

4) a. Déterminons l'erreur de l'asservissement en régime permanent de pour 1 entrée échelon d'amplitude e .

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{B0} = 0 \\ \text{Entrée : échelon} \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_s = \frac{e}{1 + K_{B0}} = \frac{e}{3,09}}$$

b. pour 1 entrée rampe de pente v .

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{B0} = 0 \\ \text{entrée rampe} \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_s = \infty}$$

Exercice 2

1). Identifions la F.T.B.O.

$\phi_{\text{initiale}} = -90^\circ \Rightarrow$ système de classe 1.

$\phi_{\text{finale}} = -180^\circ \Rightarrow$ système d'ordre 2.

$$\boxed{H_{B0}(p) = \frac{K}{p(1 + \beta p)}}$$

$\zeta??$

$$\phi\left(\frac{1}{\sigma}\right) = -135^\circ$$

Courbe de phase $\rightarrow \frac{1}{\sigma} = 3$

donc

$$\sigma = \frac{1}{3} \text{ s}$$

$K??$

$$H_{B0}(j\omega) = \frac{K}{j\omega(1 + \sigma j\omega)}$$

$$G_{dB}(\omega) = 20 \log\left(\frac{K}{\omega \sqrt{1 + \sigma^2 \omega^2}}\right)$$

Remarquons que pour $\omega = 2$, $G_{dB}(2) = 0$

$$\text{d'où l'éq: } \frac{K}{2 \sqrt{1 + \frac{4}{9}}} = 1$$

$$K = \frac{2}{3} \sqrt{13} \approx 2,4$$

finalement :
$$H_{B0}(p) = \frac{2,4}{p(1 + \frac{p}{3})}$$

2) l'erreur de position de cet asservissement :

$$* a_{B0} = 1, \quad K_{B0} = 2,4$$

Entrée échelon $\rightarrow \mathcal{E}_s = 0$

• l'erreur de traînage :

Entrée Rampe $\rightarrow \mathcal{E}_v = \frac{1}{2,4} \approx 0,41$

3) graphiquement :

$$\begin{cases} MP \approx 55^\circ \\ MG = \infty \end{cases}$$

4) la valeur de A pour que $MP = 30^\circ$

En injectant un gain A en B.O, ($A > 0$) . la F.T.B.O sera :

$$H_{B0}(p) = \frac{2,4}{p(1 + \frac{p}{3})} \cdot A$$

graphiquement : $20 \log A = 11 \text{ dB}$

donc : $\log A = \frac{11}{20}$

$$A = 10^{\frac{11}{20}} \approx 3,55$$

A/4

ETUDE D'UN CENTRE D'USINAGE « 5 AXES »

Mise en situation :

L'usinage est une étape de fabrication d'une pièce par enlèvement de matière. Le moyen de production associé à ces opérations d'usinage est une machine outil ou un centre d'usinage.

Les machines outils sont capables d'engendrer plusieurs mouvements relatifs :

- des translations de l'outil par rapport à la pièce dans les 3 directions orthogonales ;
- des rotations de l'axe de l'outil par rapport à la pièce autour de 2 directions ;
- Un « **axe** » sur une machine outil est un ensemble qui gère un des mouvements d'avance de l'outil par rapport à la pièce. Un « **axe** » est composé d'une partie commande et d'une partie opérative.

Le centre d'usinage « 5 axes » HSM 600U de la société Mikron, permet l'obtention de formes complexes. Il est constitué d'un bâti supportant :

- 2 « **axes** » pour la mise en mouvement de l'outil par rapport au bâti. Ces 2 translations sont notées « Y » et « Z » ;
- 3 « **axes** » pour la mise en mouvement de la pièce par rapport au bâti. Une troisième translation est notée « X » et les 2 rotations sont notées « B » et « C » ;
- un dispositif de mise en rotation de l'outil autour de son axe géométrique par rapport au bâti. Cette rotation générant le mouvement de coupe ne sera pas étudiée.

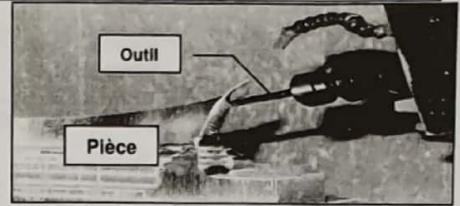


Figure 1 : Opération de fraisage

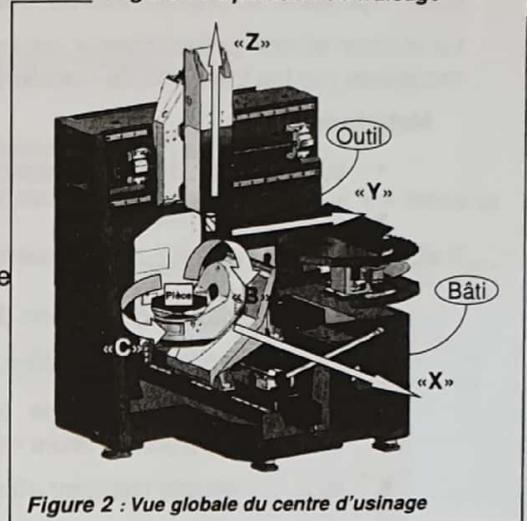


Figure 2 : Vue globale du centre d'usinage

Etude de l'aspect asservissement :

En phase de travail la machine outil pilote en même temps les 5 axes pour déplacer l'outil et la pièce selon les trajectoires attendues.

Il est couramment demandé une grande précision pour les pièces fabriquées par usinage et des déplacements les plus rapides possibles.

Aussi, les fabricants de machines outils ont été poussés à développer des stratégies de commande de haute performance, comme la mise en vitesse progressive et la commande par anticipation.

L'objectif de cette partie est de vérifier l'impact de ces 2 stratégies sur la précision. L'étude sera conduite sur l'axe « Y » dont une schématisation de la partie opérative est proposée à la figure 3.

Performances des axes « Y » et « Z » :

| | |
|--------------------|---------------------|
| Avance rapide max. | 40 m/min |
| Accélération max. | 10 m/s ² |
| Précision | 10 μm |

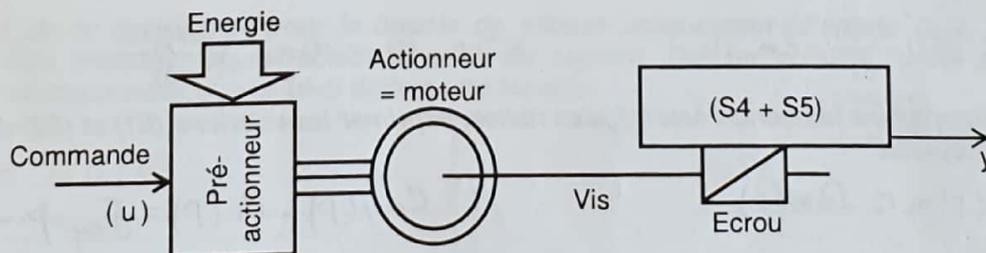


Figure 3 : Schématisation de la partie opérative de l'axe « Y »

Notations générales :

- u : entrée de commande du préactionneur et donc de la partie opérative de l'axe « Y » ;
- y, z : positions par rapport au bâti de la table (S4 + S5) respectivement selon l'axe « Y » et l'axe « Z » ;
- $v_y = \dot{y}, v_z = \dot{z}$: vitesses correspondantes.

1- Modélisation de l'axe « Y » :

Il est nécessaire en premier lieu de modéliser le processus étudié. C'est l'objet de cette partie.

Le moteur et son préactionneur ne sont pas étudiés dans ce problème. On admettra qu'ils peuvent être modélisés par les fonctions de transfert données à la figure 4.

Notations :

- u_m : tension d'alimentation du moteur
- i_m : courant moteur
- c_{my} : couple moteur
- ω_m : vitesse de rotation du moteur
- r : fonction de transfert de la chaîne cinématique de l'axe « Y »
- J_{eq} : moment d'inertie équivalent des éléments de la chaîne cinématique de l'axe « Y », rapporté à l'arbre moteur
- c_r : couple résistant dû aux efforts d'usinage, rapporté à l'arbre moteur
- K_{pa} : gain caractéristique du préactionneur
- K_e, T_e : gain et constante de temps caractéristiques de la partie électrique du moteur
- K_{em} : gain caractéristique de la conversion électromécanique d'énergie du moteur

La variable de Laplace est notée p et les transformées de Laplace des fonctions temporelles sont notées en majuscule comme par exemple : $L[y(t)] = Y(p)$

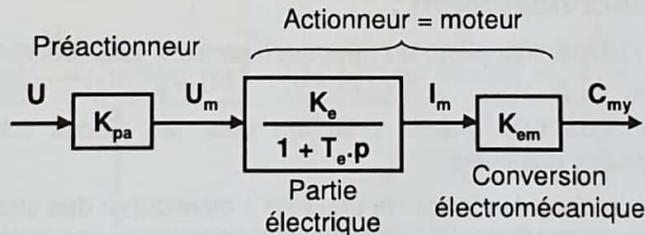


Figure 4 : Modèles du préactionneur et de l'actionneur

Il faut également modéliser la chaîne cinématique de l'axe « Y ».

La transformation de mouvement réalisée par le système vis écrou se traduit par la relation cinématique (E1) ci-dessous.

Les frottements visqueux étant négligeables devant les autres efforts, l'application au rotor du moteur du théorème du moment dynamique projeté selon son axe donne l'équation (E2) :

$$(E1) \frac{dy(t)}{dt} = r \cdot \omega_m(t)$$

$$(E2) c_{my}(t) - c_r(t) = J_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}$$

1- En supposant les conditions initiales nulles, exprimer les relations (E1) et (E2) dans le domaine de Laplace.

$p \cdot Y(p) = r \cdot \Omega_m(p)$

$c_{my}(p) - c_r(p) = J_{eq} p \cdot \Omega_m(p)$

②x1

On admettra que la constante de temps T_e est très petite devant d'autres paramètres et peut être négligée, d'où l'hypothèse valable pour toute la suite du sujet : $T_e = 0$ s.

2- Compléter alors le schéma bloc de la figure 5 qui représente le modèle de l'ensemble du processus.

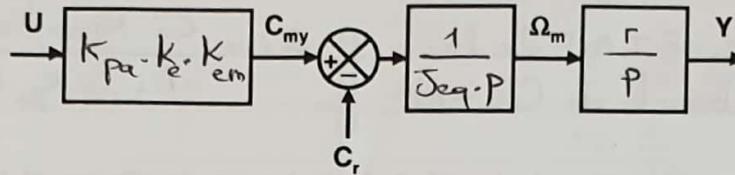


Figure 5 : Schéma bloc de l'ensemble du processus

Le modèle obtenu est linéaire à 2 entrées. Dans ce problème on considèrera que : $C_r = 0$.

3- Dans ces conditions, écrire la fonction de transfert de la partie opérative de l'axe « Y » sous la

forme : $\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{G_1}{p^\alpha}$. Donner α et indiquer clairement l'expression du gain G_1 en fonction de K_{pa} ,

K_e , K_{em} , r et J_{eq} .

③ $\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{r \cdot K_{pa} \cdot K_e \cdot K_{em}}{J_{eq} \cdot p^2}$

$G_1 = \frac{r \cdot K_{pa} \cdot K_e \cdot K_{em}}{J_{eq}}$

$\alpha = 2$

2- Simplification du schéma bloc de l'asservissement de l'axe « Y » :

Le modèle de l'axe « Y » complet est représenté figure 6. Il comporte 3 boucles de rétroaction imbriquées qui permettent de contrôler le courant qui alimente le moteur, la vitesse de rotation, et la position y.

L'objectif de cette partie est de simplifier ce schéma bloc.

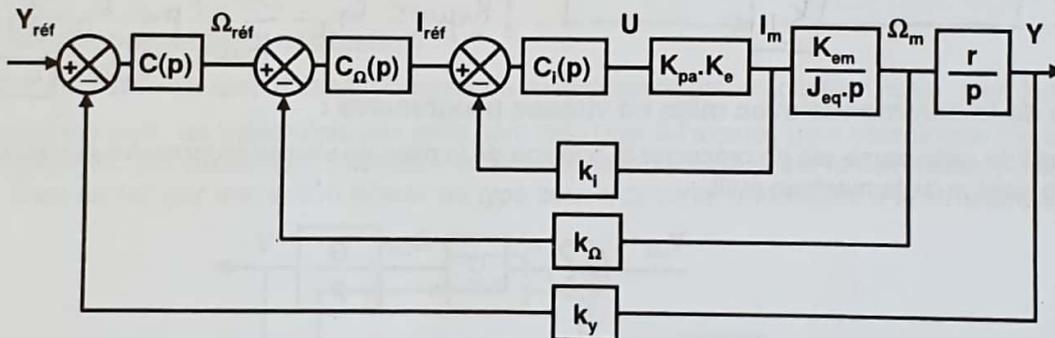


Figure 6 : Schéma bloc de l'asservissement en position de l'axe « Y »

Les paramètres ou variables $Y_{réf}$, $\Omega_{réf}$, $I_{réf}$, k_y , k_Ω et k_i , ainsi que les correcteurs $C(p)$, $C_\Omega(p)$ et $C_i(p)$ sont volontairement non définis, leur identification faisant l'objet de la question.

4- A partir de la figure 6 et pour la boucle de vitesse uniquement (d'entrée $\Omega_{réf}$), préciser la fonction de transfert du correcteur et celle du capteur. Donner ensuite l'unité du gain du capteur en supposant que celui-ci délivre une tension.

Correcteur : $C_\Omega(p)$

Capteur : k_Ω

$[k_\Omega] = \frac{[Tension]}{[vitesse de rotation]}$
 $k_\Omega = V \cdot s / rad$

On suppose que les correcteurs de courant, de vitesse et de position sont purement proportionnels (amplificateurs purs). Leurs gains sont notés respectivement C_i , C_Ω , et C .

5- Calculer le gain $G_i = \frac{I_m(p)}{I_{ref}(p)}$ de la boucle de courant en fonction de k_i , C_i , K_{pa} , et K_e .

$G_i = \frac{I_m(p)}{I_{ref}(p)}$: F.T.B.F de la boucle de courant

$$G_i = \frac{C_i \cdot K_{pa} \cdot K_e}{1 + C_i \cdot K_{pa} \cdot K_e \cdot K_i}$$

② 1: Exp. départ
1: G_i

6- Calculer alors la fonction de transfert de la boucle de vitesse et la mettre sous la forme :

$$\frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{ref}(p)} = \frac{G_\Omega}{1 + T_\Omega \cdot p}$$

Indiquer clairement les expressions de G_Ω et T_Ω en fonction de k_Ω , C_Ω , K_{em} , J_{eq} et G_i .

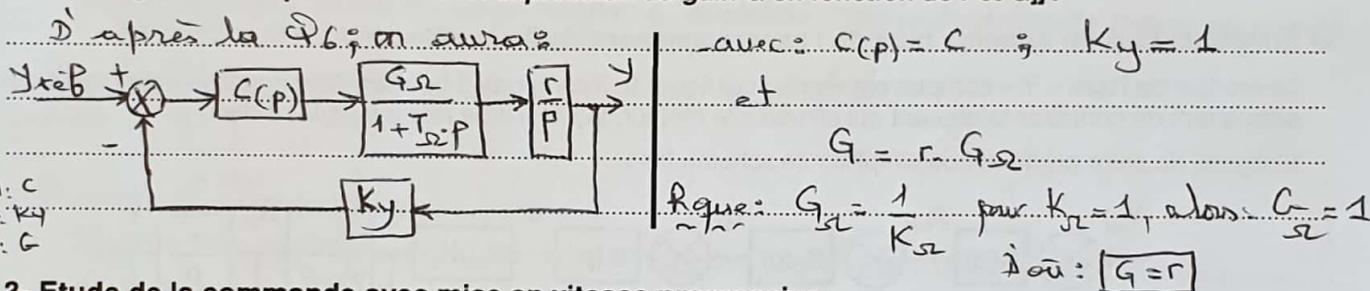
$$\frac{\Omega_m}{\Omega_{ref}}(p) = \frac{C_\Omega \cdot G_i \cdot \frac{K_{em}}{J_{eq} \cdot p}}{1 + C_\Omega \cdot G_i \cdot \frac{K_{em} \cdot K_\Omega}{J_{eq} \cdot p}}$$

$$G_\Omega = \frac{1}{K_\Omega} \quad \text{et} \quad T_\Omega = \frac{J_{eq}}{G_\Omega \cdot G_i \cdot K_{em} \cdot K_\Omega}$$

③ 1: Exp. départ
1: G_Ω
1: T_Ω

On admet que la constante de temps T_Ω est très petite devant d'autres paramètres d'où l'hypothèse valable jusqu'à la question 16 de ce sujet : $T_\Omega = 0$ s. En outre on suppose que les 3 capteurs ont des gains unitaires : $k_i = k_\Omega = k_y = 1$ [avec les unités adéquates].

7- Montrer que, dans ces conditions, le schéma bloc de la figure 6 se résume à celui présenté à la figure 7. Indiquer clairement l'expression du gain G en fonction de r et G_Ω .



③ 1: C
1: K_y
1: G

3- Etude de la commande avec mise en vitesse progressive :

L'objectif de cette partie est de présenter le principe de la mise en vitesse progressive et d'en vérifier l'impact sur la précision de la machine outil.

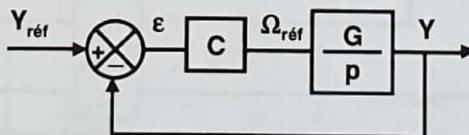


Figure 7 : Schéma bloc simplifié de l'asservissement de l'axe « Y »

8- Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du schéma bloc de la figure 7. Mettre le résultat sous la forme : $H(p) = \frac{K}{1 + T \cdot p}$. Indiquer clairement les expressions de K et T en fonction de C et G .

$$H(p) = \frac{CG/p}{1 + \frac{CG}{p}} = \frac{CG}{CG + p}$$

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{CG} \cdot p}$$

donc : $K = 1$; $T = \frac{1}{CG}$

③ 1: Exp. départ
1: K
1: T

Dans la suite on prendra : $T = 25 \text{ ms}$

9- A partir du schéma bloc de la figure 7, exprimer la transformée de Laplace $\varepsilon(p)$ de l'erreur $\varepsilon(t)$ en fonction de $Y_{\text{réf}}(p)$ et T .

③ 1. Exp. de part
1. Développement
1. Rés. D'où :

$$E(p) = Y_{\text{réf}}(p) - Y(p)$$

$$= Y_{\text{réf}}(p) - E(p) \cdot \frac{CG}{p} \cdot \frac{1}{T \cdot p}$$

$$E(p) = \frac{Y_{\text{réf}}(p)}{1 + \frac{1}{T \cdot p}} = \frac{Y_{\text{réf}}(p) \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p}$$

10- Déterminer l'expression de l'erreur $\varepsilon(t)$ lorsque $y_{\text{réf}}(t)$ est un échelon d'amplitude a .

② 1. Exp. de part
1. Rés

$$E(p) = \frac{T \cdot p}{1 + T \cdot p} \cdot \frac{a}{p} = \frac{a \cdot T}{1 + T \cdot p}$$

donc :

$$E(t) = a \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot u(t)$$

donc :

$$E(t) = a \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot u(t)$$

11- Donner l'erreur statique (erreur en régime permanent).

①

$$E_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = 0$$

12- En exploitant le résultat de la question 9, déterminer l'erreur de poursuite (erreur en régime permanent pour une entrée rampe de pente y_0).

② 1. Th. V. finale
1. Rés

$$E_{\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot E(p)$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{T \cdot p}{1 + T \cdot p} \cdot \frac{y_0}{p^2}$$

soit a l'ens :

$$E_{\infty} = T \cdot y_0 = 25 \cdot 10^{-3} \cdot y_0$$

4- Etude de la commande par anticipation :

L'objectif de cette partie est ainsi d'étudier l'impact de la commande par anticipation, dite « feed forward ».

Dans une machine outil, les trajectoires des axes sont calculées à l'avance pour obtenir une forme de pièce donnée. Il n'est donc pas nécessaire d'attendre la contre réaction pour agir sur la commande : il est possible d'anticiper. Ceci est fait par une action directe de type boucle ouverte, conduisant à la structure donnée par la figure 8.

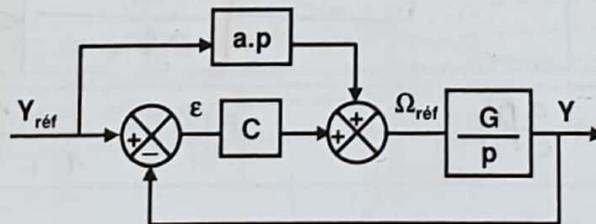
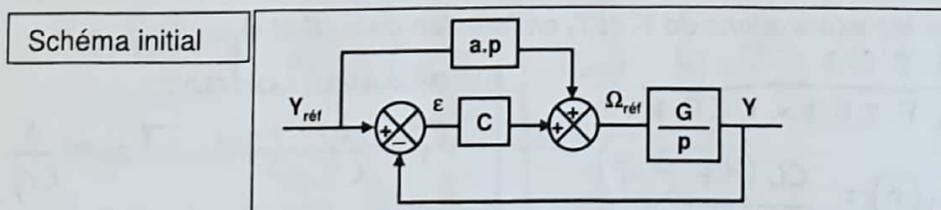


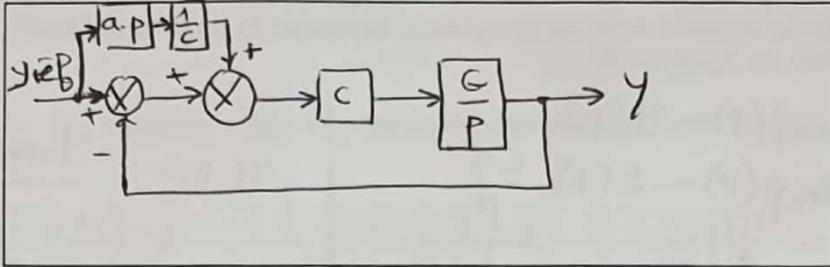
Figure 8 : Schéma bloc de l'asservissement avec anticipation

13- Réduire ce schéma bloc sous forme canonique.



1^{ère} transformation : Déplacer l'élément C en aval du sommateur

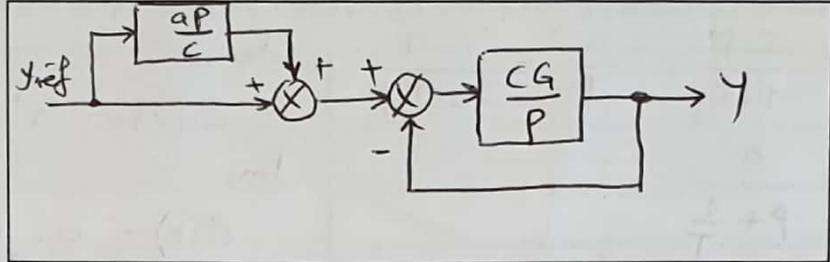
Nouveau schéma



①

2^{ème} transformation : Permuter le comparateur et le sommateur

Nouveau schéma

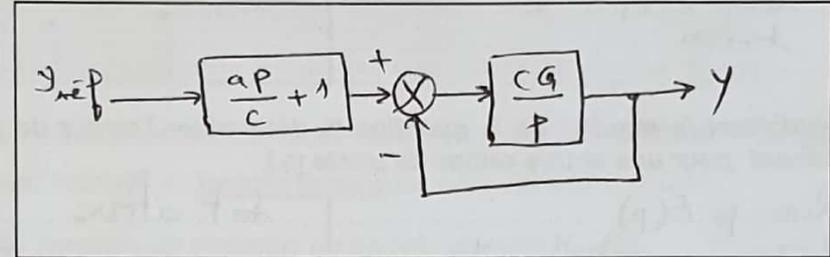


①

Indépendance des transformations

3^{ème} transformation : Associer les éléments en parallèle

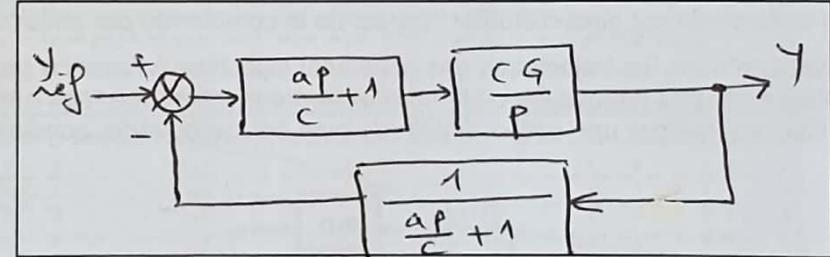
Nouveau schéma



①

4^{ème} transformation : déplacer l'élément de l'entrée en aval du comparateur

Schéma final



①

Indépendance

| | |
|--|---|
| $F.T.C.D = \frac{CG}{P} \left(1 + \frac{aP}{c} \right)$ | $F.T.C.R = \frac{1}{1 + \frac{a}{c} \cdot P}$ |
|--|---|

14- Calculer la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement de position de l'axe « Y » avec commande par anticipation, la mettre sous la forme : $H_1(p) = \frac{1+T_1 \cdot p}{1+T_2 \cdot p}$. Indiquer clairement les expressions de T_1 et T_2 en fonction de a , C et G .

$$H_1(p) = \frac{F.T.C.D}{1 + F.T.C.D \times F.T.C.R}$$
ou avec a l'air :

$$H_1(p) = \frac{CG(1 + \frac{a}{c} \cdot p)}{CG + P}$$

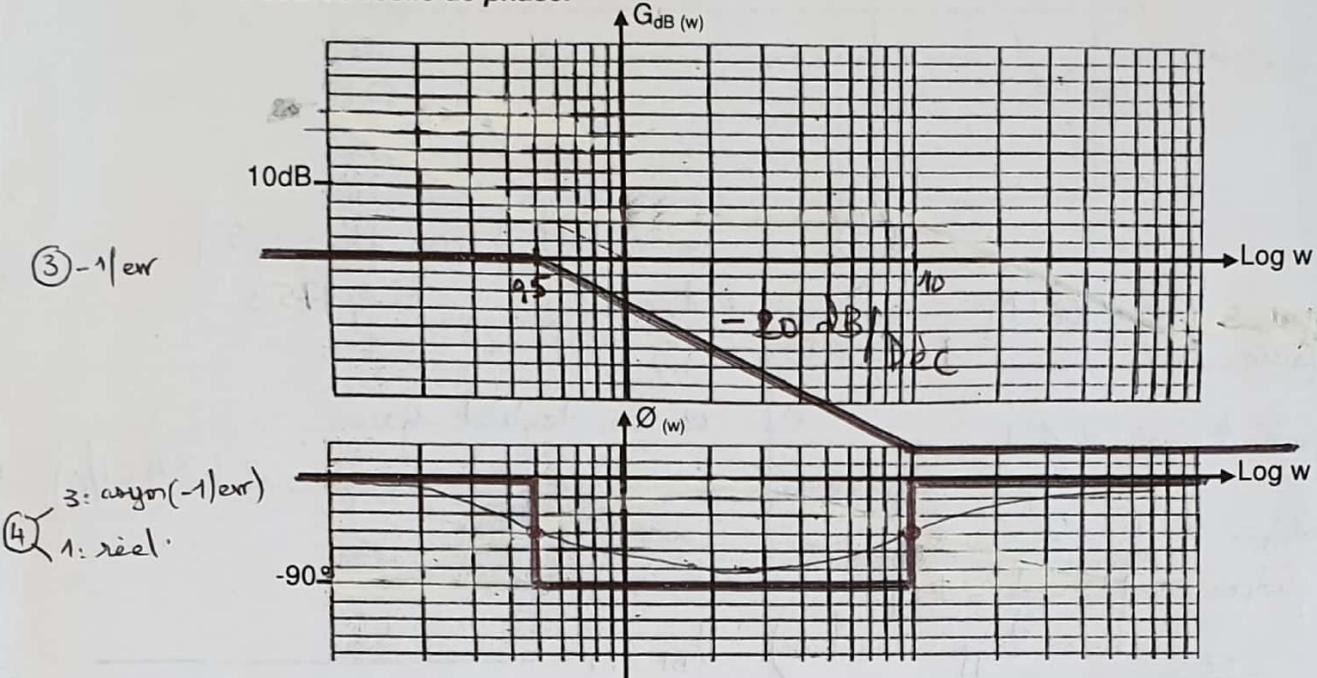
 $T_1 = \frac{a}{c}$; $T_2 = \frac{1}{CG}$

Nom : CORRIGE

15- Que vaut $H_1(p)$ si $a = 1/G$?

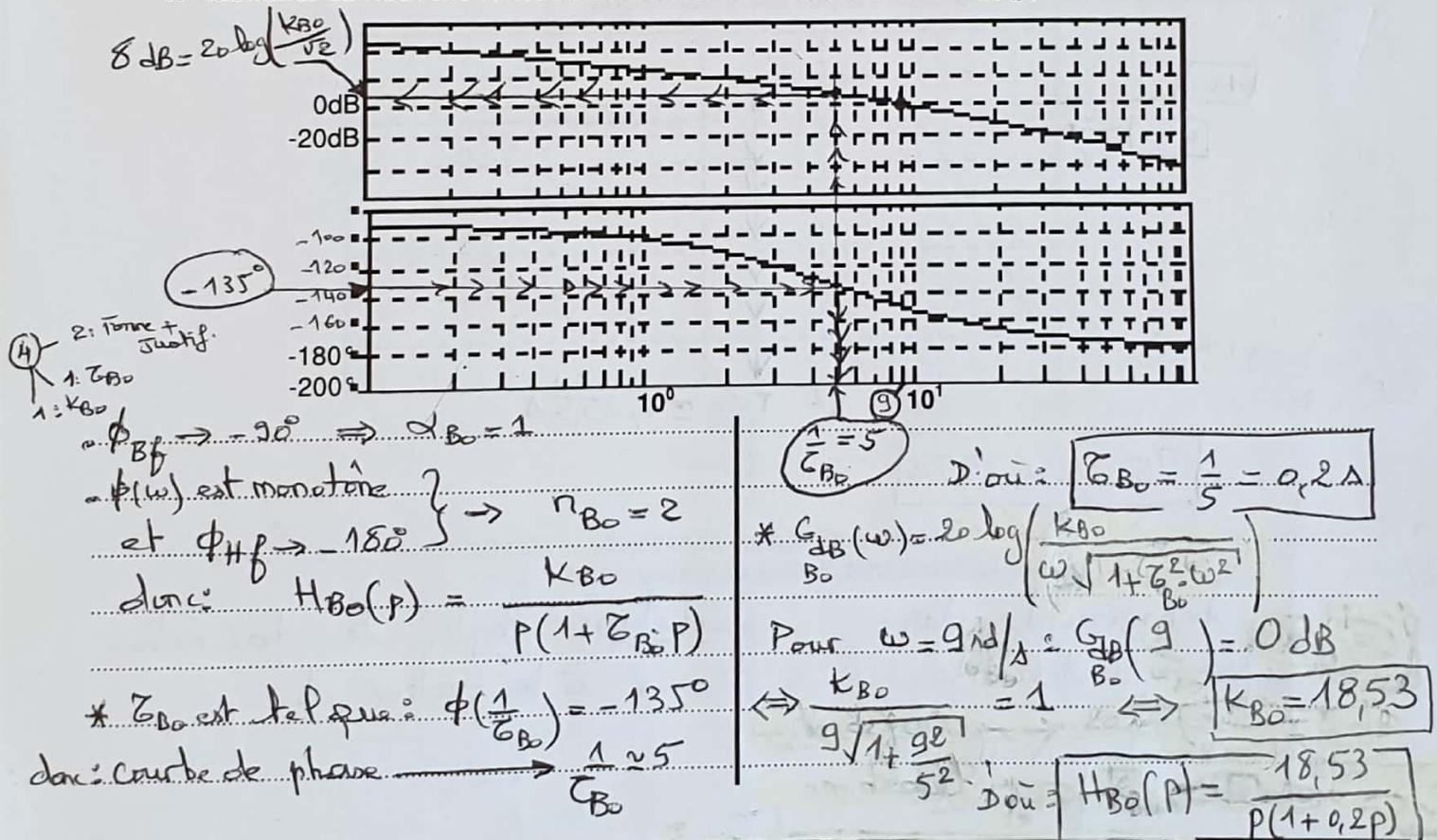
② 1: Justif. 1: Pas | soit donc $T_1 = T_2$
 $T_1 = \frac{1}{cG}$ et $T_2 = \frac{1}{cG}$ | D'où: $H_1(p) = 1$

16- Pour $T_1 = 0,1$ s et $T_2 = 2$ s, tracer les diagrammes asymptotiques de Bode de $H_1(p)$, puis l'allure de la courbe réelle de phase.

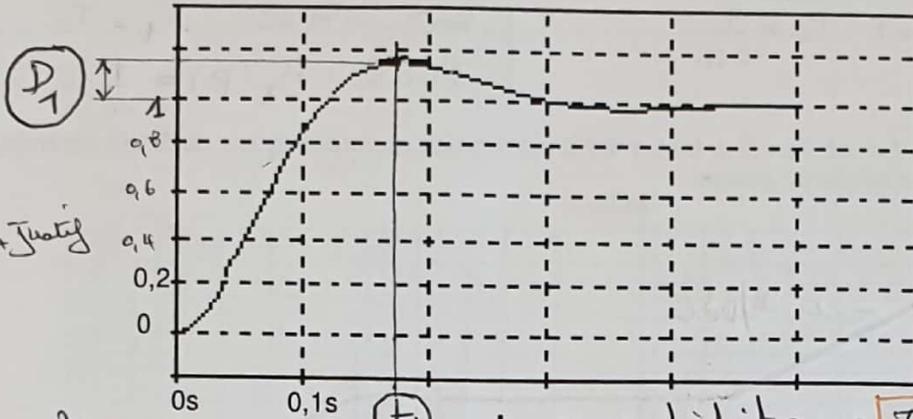


Le constructeur a opéré d'autres transformations sur l'asservissement. Son lieu de transfert en **boucle ouverte** est celui de la Q17 et sa réponse indicielle en **boucle fermée** est celle de la Q18 et Q19.

17- Identifier sa nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte $H_{Bo}(p)$.



18- Identifier sa nouvelle fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$.



5) 2: Forme + Justif
1: K
1: ω_n
1: z

$y(0) = 0$
 $y'(0) = 0$
 $y(\infty) = \text{finie}$

$\Rightarrow H_{BF}(p) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}$

on en déduit que: $z \approx 0,5$

$* t_1 = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-z^2}} \approx 0,17 \text{ s}$

\exists dépassement $\Rightarrow z < 1$

on en déduit que:

$\omega_n = \frac{\pi}{t_1 \sqrt{1-z^2}} \approx 21,34 \text{ rad/s}$

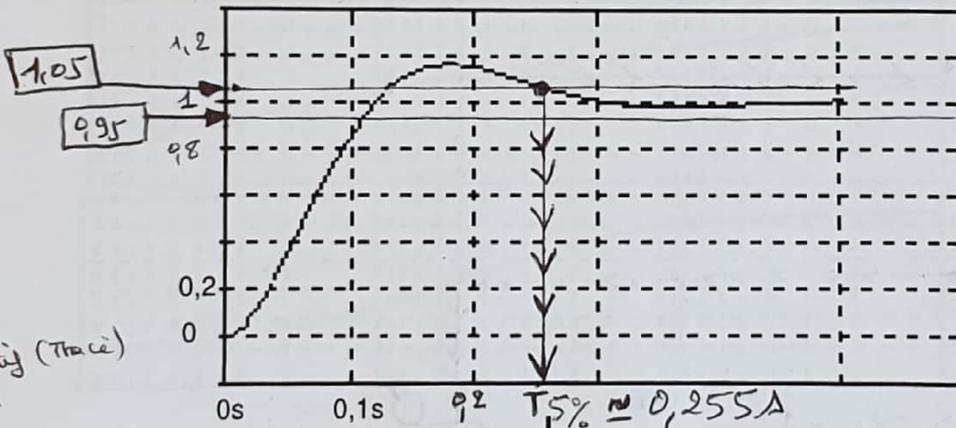
$\dot{\omega}_n = \dots$

$* y(\infty) = K \cdot y_0 = 1$
 donc: $K = \frac{1}{y_0} = 1$

$* D_1 = K y_0 e^{-\frac{\pi z}{\sqrt{1-z^2}}} \approx 0,16$
 $\Leftrightarrow z = \frac{|\ln D_1|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 D_1}}$

$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + 0,047 p + 0,022 p^2}$

19- Evaluer le temps de réponse à 5% de l'asservissement.



2) 1: Justif (Trace)
1: Rés

$T_{5\%} \approx 0,255 \text{ s}$

20- Sachant que dans les machines outil aucun dépassement n'est autorisé. La solution du constructeur est-elle satisfaisante? Que proposez-vous?

\exists de dépassements dans la réponse indicielle.

\Rightarrow La solution n'est pas satisfaisante

solution: Régler le paramètre z à la valeur 1.

L'étude s'intéresse à la synthèse de la loi de commande en asservissement de position d'un bras de robot. **Le schéma de structure et le système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique du bras sont données ci-dessous :**

L'asservissement est composé :

- d'une alimentation hydraulique qui délivre la pression P_s ;
- d'un servo-distributeur ;
- d'un vérin hydraulique linéaire ;
- de capteurs ;
- d'un bloc régulateur.

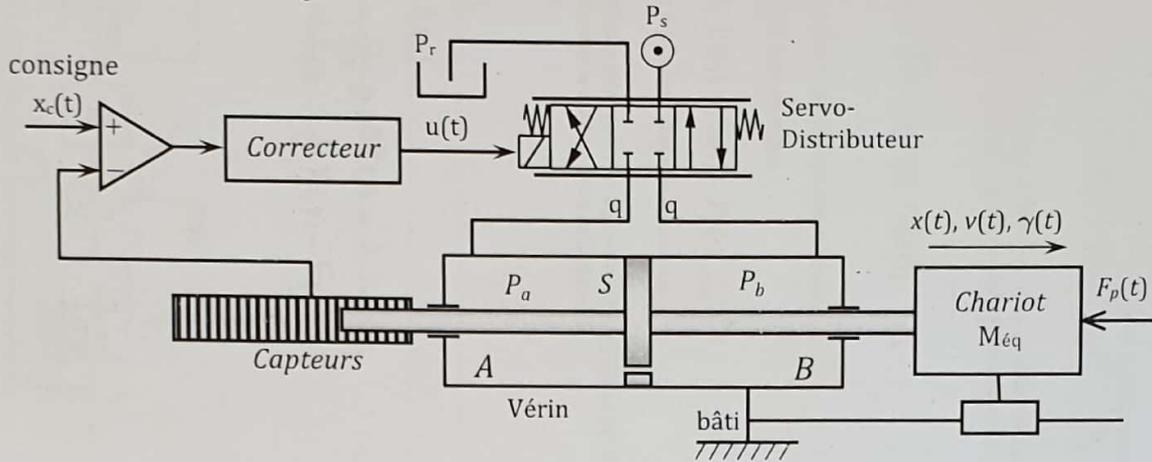


Figure 1 : Description de la structure de la chaîne électro-hydraulique

Le tableau suivant décrit les différentes grandeurs introduites dans la structure de commande :

| | |
|-------------------------|--|
| $x_c(t)$ | Consigne de position |
| $x(t), v(t), \gamma(t)$ | Position, vitesse et accélération du bras |
| $u(t)$ | Tension de commande du servo-distributeur |
| $q(t)$ | Débit circulant dans le circuit hydraulique |
| $P_a(t), P_b(t)$ | Pressions dans les chambres A et B du vérin |
| S | Section utile du piston |
| M_{eq} | Masse équivalente de l'ensemble embarqué par le bras |
| P_s, P_r | Pressions de service et de refoulement |
| $F_p(t)$ | Effort perturbateur |

Le cahier des charges partiel décrivant les performances associées à l'asservissement est le suivant :

| Exigence | Niveaux et éventuelles flexibilités |
|--------------------------------------|--|
| Amortissement de l'axe | Aucun dépassement permis |
| Précision de positionnement de l'axe | Ecart statique nul (écart en régime permanent suite à un échelon) |
| Rapidité de l'axe | Temps de réponse à 5% inférieur à 0,2s |

NOM & PRENOM :

CLASSE :

1. Modélisation du système electro-hydraulique

- La transmittance du servo-distributeur est supposée réduite à un gain K_D :

$$q(t) = K_D u(t) \quad (1)$$

- Les deux chambres du vérin sont reliées par une canalisation de petite section laissant s'échapper une part de débit égale à $q_{fuite}(t) = \lambda [P_a(t) - P_b(t)]$ (2), λ étant un paramètre constant

En écrivant que les variations des volumes dans les chambres A et B sont dues, au débit du fluide, à la compressibilité de ce dernier et à la fuite entre les deux chambres, l'expression du débit $q(t)$ s'écrit:

$$q(t) = S v(t) + \frac{\sigma}{2B} \frac{d[P_a(t) - P_b(t)]}{dt} + \lambda [P_a(t) - P_b(t)] \quad (3)$$

σ : constante caractéristique du volume du fluide.

L'équation mécanique linéarisée relative à l'axe 1 est telle que:

$$M \frac{dv(t)}{dt} = S [P_a(t) - P_b(t)] - f v(t) - F_f(t) \quad (4)$$

f : coefficient de frottement visqueux équivalent.

Question 1 : En supposant les conditions initiales nulles, écrire les équations (1), (2), (3) et (4) dans le domaine de Laplace, puis compléter le schéma-blocs de la figure 2.

on pose : $\Delta P(t) = P_a - P_b$

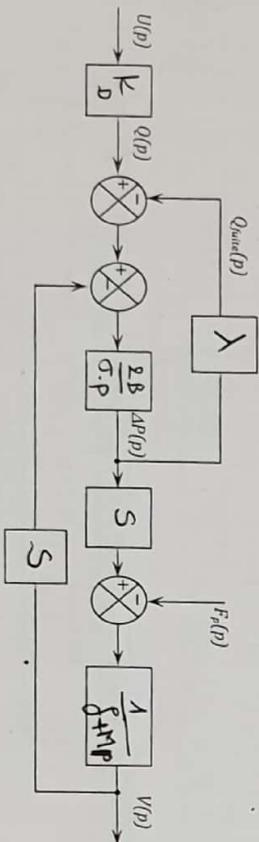
$$\mathcal{L}(4) \Rightarrow Q(p) = K_D U(p)$$

$$\mathcal{L}(2) \Rightarrow Q_{fuite}(p) = \lambda \Delta P(p)$$

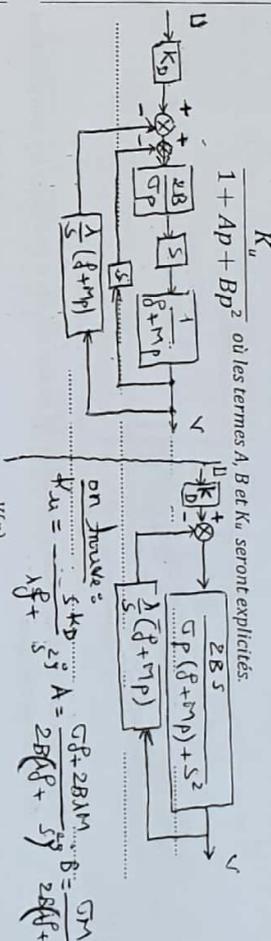
$$\mathcal{L}(3) \Rightarrow Q(p) = S V(p) + \frac{\sigma}{2B} p \Delta P(p) + \lambda \Delta P(p)$$

$$\mathcal{L}(4) \Rightarrow M p V(p) = S \Delta P(p) - f V(p) - F_f(p)$$

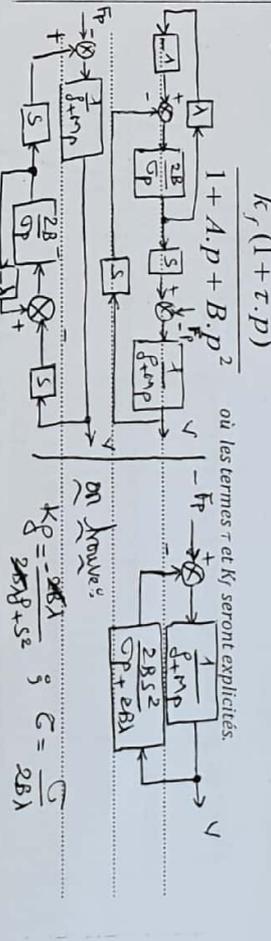
Figure 2



Question 2: a) Ecrire la fonction de transfert $V(p)/U(p)$ pour $F_f(p) = 0$ sous la forme $\frac{K_u}{1 + Ap + Bp^2}$ où les termes A, B et K_u seront explicites.



b) écrire la fonction de transfert $V(p)/F_f(p)$ pour $U(p) = 0$ sous la forme $k_f (1 + \tau p)$ où les termes τ et k_f seront explicites.



c) Montrer que le modèle complet peut se mettre sous la forme du schéma-blocs donné figure 3 où les transmittances $F(p)$, $G(p)$ et $H(p)$ seront explicites.

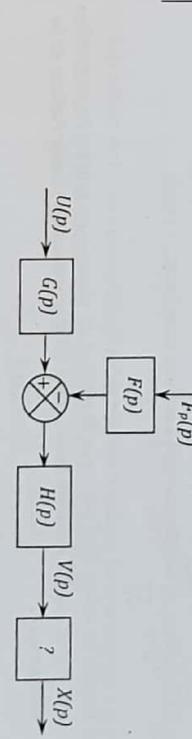


Figure 3 : Schéma-blocs associé au modèle de comportement dynamique du bras

On trouve:

$$H(p) = \frac{1}{1 + Ap + Bp^2}$$

$$G(p) = K_u$$

$$F(p) = -K_g (1 + \tau p)$$

d- Déterminer la vitesse en régime permanent pour une tension constante de niveau U_0 et une force perturbatrice constante de niveau F_0 .

$$V_{\infty} = \lim_{p \rightarrow 0} V(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{K_u \cdot U_0 + K_f \cdot F_0}{1 + A_1 p + B p^2}$$

2. Vérification de l'aptitude de la commande en chaîne directe à satisfaire les spécifications du Cahier de charges

Dans cette partie on cherche à vérifier la possibilité de synthétiser les paramètres de la commande en chaîne directe en vue de la satisfaction des critères de performances spécifiés par le cahier de charges.

Pour la perturbation $F_p(t)=0$:

Question 3 : a) Mettre la fonction de transfert $\frac{V(p)}{U(p)}$ sous forme : $\frac{K_u}{1 + 2 \cdot Z \cdot p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$

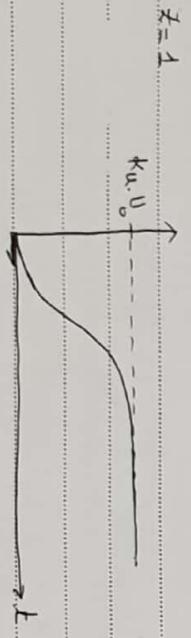
Donner les expressions de Z et ω_0 en fonction de A et B.

$$\frac{V(p)}{U(p)} = \frac{K_u}{1 + A p + B p^2}$$

on a : $B = \frac{1}{\omega_0^2}$ et $2Z = \frac{A}{\omega_0}$

soit donc : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{B}}$ et $Z = \frac{A \cdot \omega_0}{2} = \frac{A}{2\sqrt{B}}$

b) Donner la valeur de Z pour que la réponse en vitesse à un échelon de tension U_0 soit la plus rapide possible sans qu'il y ait dépassement. Tracer l'allure de la vitesse $v(t)$.



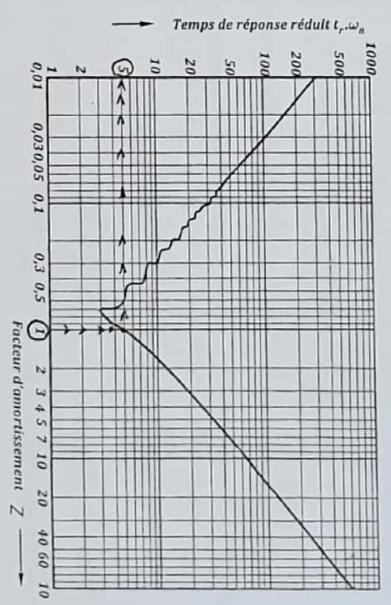
c) En faisant usage de l'abaque de la figure 4, déterminer la valeur de ω_0 donnant un temps de réponse à 5% égal à 0,5 s.

$Z=1 \Rightarrow T_{5\%} \cdot \omega_0 = 5$ donc $\omega_0 = \frac{5}{T_{5\%}}$ soit $\omega_0 = 10 \text{ rad/s}$

d) Déterminer la valeur du gain K_u assurant une vitesse en régime permanent de 50 m/s pour un échelon de tension $U_0 = 10 \text{ V}$ en l'absence de la perturbation.

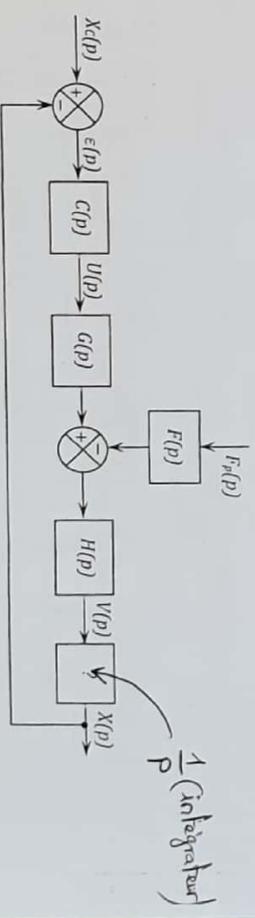
$V_{\infty} = K_u \cdot U_0$ soit $K_u = \frac{V_{\infty}}{U_0}$ soit $K_u = \frac{50}{10} = 5 \text{ m.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$

figure 4



3. Synthèse de la loi de commande dédiée à l'asservissement et à la régulation de la position du bras

L'architecture de commande retenue pour la synthèse de la loi de commande appliquée au bras est décrite par la figure 5.



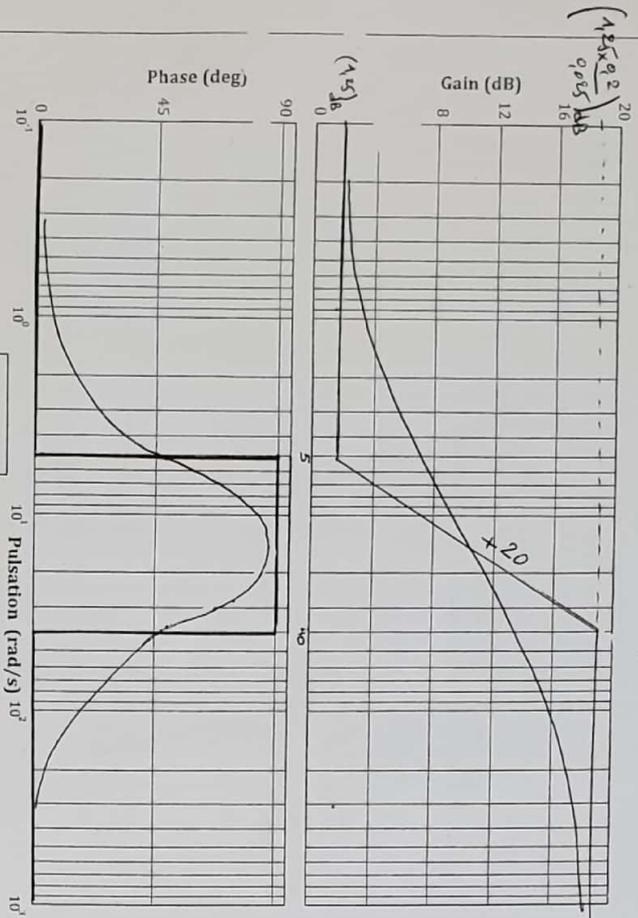
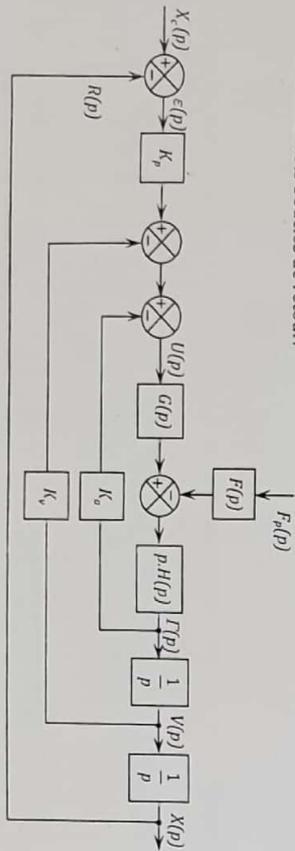


Figure 7

Pour obtenir une arrivée en position sans dépassement du bras, il est nécessaire d'introduire un retour en vitesse et un retour en accélération. La figure 8 décrit la structure de commande avec trois boucles de retour.



NOM & PRENOM : CLASSE :

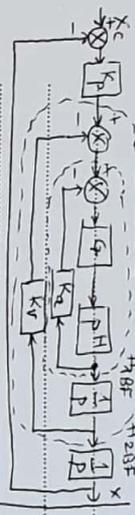
7

Figure 8 : Schéma bloc associé à la commande avec trois boucles de retour

$G(p) = 5$, $H(p) = \frac{1}{(1+0,1p)^2}$ et $F(p) = 2(1+0,2p)$

Ces deux boucles supplémentaires permettent d'inverser la tension de commande suffisamment tôt assurant une arrivée dans la position désirée sans dépassement.

Question 8 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = X(p) / X_c(p)$ ($F_0(p) = 0$)



En développant H_{BF} et H_{2BF} pour leurs expressions en fonction :

$$H_{BF}(p) = \frac{K}{1 + K_p H_{2BF} \cdot \frac{1}{p}}$$

$$H_{2BF}(p) = \frac{K_d H_{2BF} \cdot \frac{1}{p}}{1 + H_{2BF} \cdot \frac{1}{p}}$$

Donc :

$$H_{BF}(p) = \frac{1 + K_p H_{2BF} \cdot \frac{1}{p}}{K_p + H_{2BF} \cdot \frac{1}{p}}$$

À l'aide de cette architecture de commande présentée ci-dessus où les gains K_{in} , K_v et K_p valent respectivement : $2 \text{ V/(m/s}^2)$, 88 V/(m/s) et 900 V/m , le comportement en position du chariot 1 est décrit par la figure 9 pour un échelon de position de $0,01 \text{ m}$.

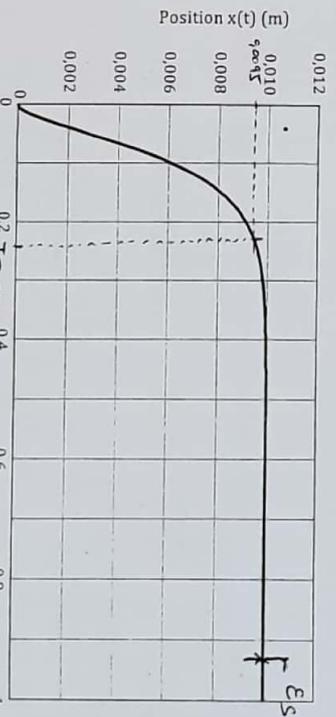


Figure 9 : La position du chariot 1 pour un échelon de position de $0,01 \text{ m}$ avec les trois boucles.

Question 9 : Cette commande permet-elle de respecter les critères de performances définis par le cahier des charges ? Commenter.

- * Pas de dépassement : Valable
- * Erreur stat que nulle : Valable
- * Temps de réponse à 5% et 95% non Valable

8