

Dernière mise à jour 04/10/2017	Systèmes régis par une équa. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---	-------------------------

A. Systèmes Linéaires Continus Invariants - SLCI

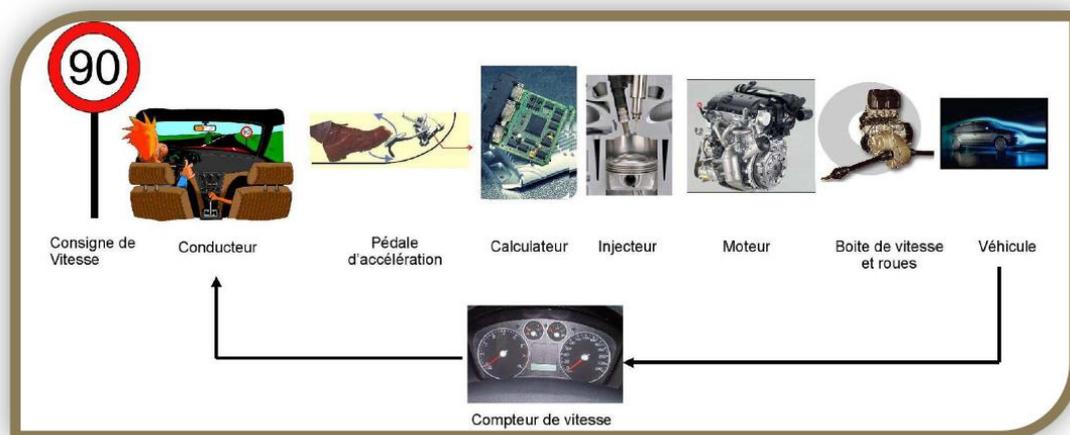
A.I. Généralités

A.I.1 Un exemple pour comprendre

Un exemple très répandu aujourd'hui est le régulateur de vitesse de voiture disponible en option lors de l'achat.

Un conducteur qui ne dispose pas de cette option passe son temps à contrôler sa vitesse afin de la comparer à la vitesse à laquelle il souhaite rouler puis applique les actions nécessaires sur l'accélérateur afin de contrôler le moteur. L'homme réalise un **asservissement**.

Dans le cas d'une régulation automatique, le conducteur met en service la régulation à l'aide d'une commande. Il choisit ensuite une valeur de vitesse et la voiture « obéit » et règle son allure afin que la vitesse affichée sur le compteur corresponde à la vitesse demandée.



En réalité, l'ordinateur de bord compare la vitesse mesurée sur le véhicule (tension image de la vitesse) et affichée sur le compteur à la valeur demandée par le conducteur (tension correspondant à la valeur demandée) et pilote le moteur en utilisant la différence de tension qu'il modifie et injecte dans la commande du moteur afin d'atteindre cette vitesse.

C'est ce que l'on appelle un **système automatique asservi** qui réalise lui aussi un asservissement.

Cet exemple nous permet déjà d'aborder des notions essentielles sur les asservissements en termes de performances. Ils doivent être :

- **précis** : lorsque l'on demande de tenir 130 km/h, est-on d'accord pour être entre 125 et 135 ?
- **rapides** : lorsque l'on demande à rouler à 130 km/h, une montée en vitesse sur 5 minutes convient-elle ?
- **stables** : lorsque l'on demande 130 km/h, accepte-t-on que la vitesse puisse tendre vers 0 ou l'infini ?

Dernière mise à jour 04/10/2017	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	--	-------------------------

A.I.2 Système automatisé

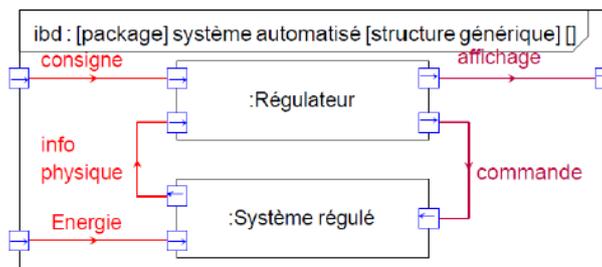
A.I.2.a Définition

Un **système** est un ensemble de composants interagissant entre eux en vue de réaliser des fonctions.

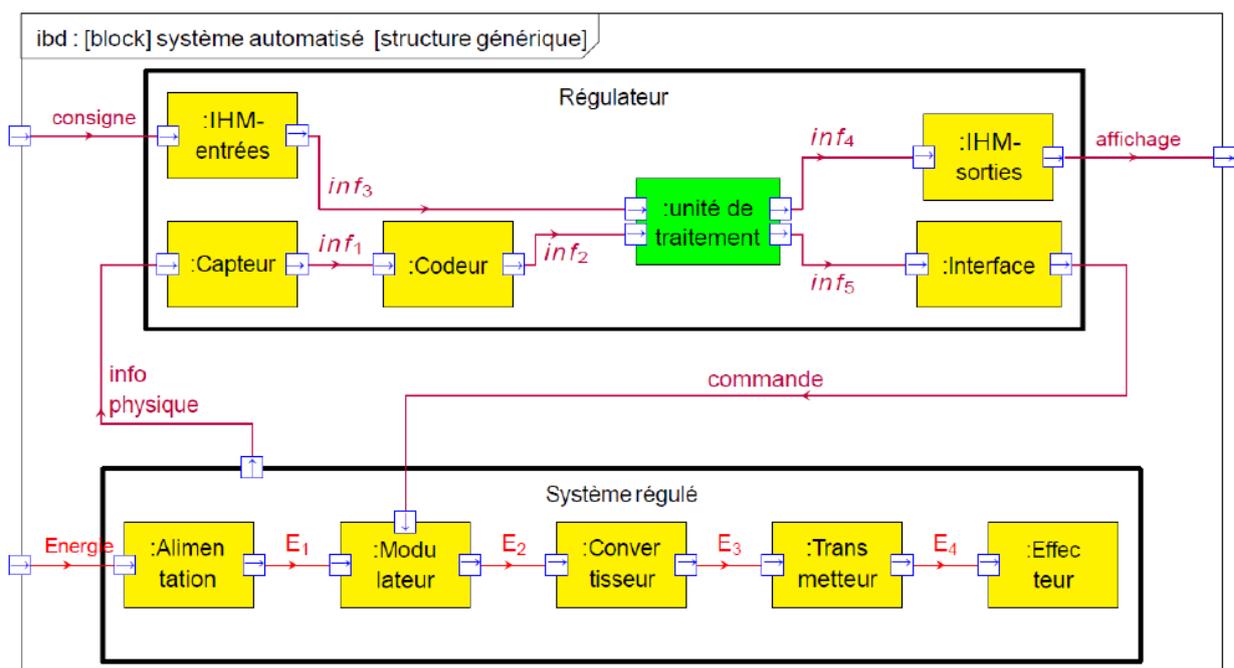
Un **système automatique ou automatisé** est un système qui réalise une ou plusieurs tâches sans intervention de l'homme. Il permet

- de réaliser des opérations complexes ou délicates, ne pouvant être confiées à l'homme (pilotage d'une fusée)
- de substituer la machine à l'homme pour des opérations trop répétitives, fatigantes, sans intérêt (appareils ménagers, robots,.....)
- d'accroître la précision (machines-outils, robots,...)

Sa fonction principale est de commander une grandeur de sortie selon une consigne d'entrée. Il est caractérisé par un processus ou partie opérative impliquant généralement des énergies importantes, qui agit sur la matière d'œuvre, et une commande nécessitant peu d'énergie qui pilote le processus.



En précisant la structure interne des deux blocs, on retrouve la chaîne d'information et la chaîne d'énergie.



Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
04/10/2017		Cours

A.I.2.b Familles de systèmes automatisés

Il existe deux types de systèmes automatiques :

- Les systèmes logiques, combinatoires ou séquentiels
- Les systèmes asservis

A.I.2.b.i Systèmes logiques, combinatoires ou séquentiels

Ces systèmes ont un comportement décrit par des grandeurs logiques binaires (0 et 1) et par une succession d'actions.

On adopte une modélisation sous forme de système logique :

- combinatoire si les actions dépendent uniquement de l'état des entrées à l'instant considéré
- séquentiel si les actions dépendent de l'état des entrées à l'instant considéré mais aussi aux instants antérieurs

Le nombre d'opérations est fini et prédéterminé. Ce sont des systèmes à "événements discrets" ou à "automatismes séquentiels".

Ces systèmes seront étudiés dans un autre chapitre.

A.I.2.b.ii Systèmes asservis

Ce sont des **systèmes à retour** : une mesure de la grandeur de sortie est en permanence prise en considération dans la construction de la commande. La grandeur de retour, image de la sortie, est comparée à la grandeur d'entrée, il y a élaboration d'un **écart**. Cet écart est ensuite amplifié.

Un système asservi permet, outre l'obtention d'une valeur souhaité en sortie d'un système, de tenir compte des perturbations et d'annuler (ou de réduire) leurs effets.

Un système est dit "continu" ou "analogique" lorsque les variables utilisées sont continues.

Un système est dit "discret" ou "numérique" lorsque les variables traitées par un ordinateur sont échantillonnées dans le temps.

On peut considérer deux types d'asservissements. On parle :

- de **régulation** lorsque le système asservi est commandé par une **consigne constante** et qu'il doit maintenir une sortie constante quelles que soient les perturbations qu'il subit (régulation de la température d'une pièce)
- **d'asservissement ou de système suiveur** lorsque la **consigne varie dans le temps**. Le système doit ajuster en permanence le signal de sortie à celui de l'entrée (radar de poursuite, table traçante)

Un système asservi général est à la fois régulateur et suiveur.

Dernière mise à jour 04/10/2017	Systemes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	--	-------------------------

A.I.3 Notions fondamentales sur les systèmes asservis

Les systèmes au programme sont les systèmes

- Linéaires
- Continus
- Invariants

A.I.3.a Linéarité

A.I.3.a.i Définition

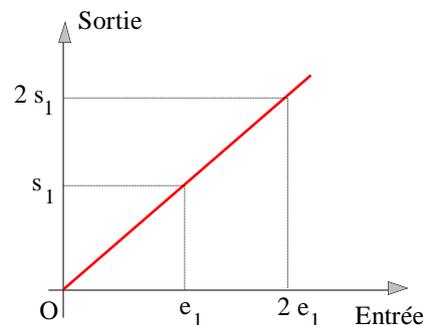
Un système est dit linéaire si la fonction qui le décrit est linéaire. Cette dernière vérifie alors le principe de superposition.

Appelons L la relation entre entrée et sortie, prenons deux entrées e_1 et e_2 et deux réels λ et μ .

On a :

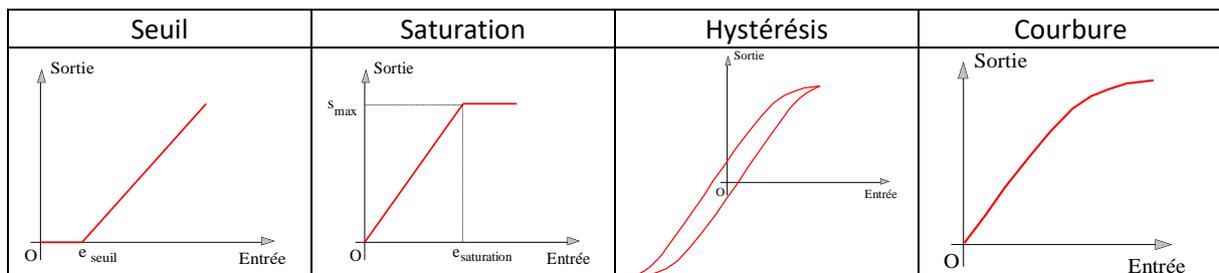
$$L(\lambda e_1 + \mu e_2) = \lambda L(e_1) + \mu L(e_2)$$

La courbe caractéristique d'un système est la représentation de la loi entrée-sortie en régime permanent (entrée et sortie on atteint leur valeurs de stabilité, et sont indépendantes du temps). On soumet le système à une entrée, on attend un temps suffisant pour que la sortie soit stabilisée et on mesure la valeur de cette grandeur.



A.I.3.a.ii Non linéarités

On trouve 4 types usuels de non-linéarités : seuil, saturation, hystérésis, courbure



Dernière mise à jour 04/10/2017	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	--	-------------------------

A.I.3.b Continuité

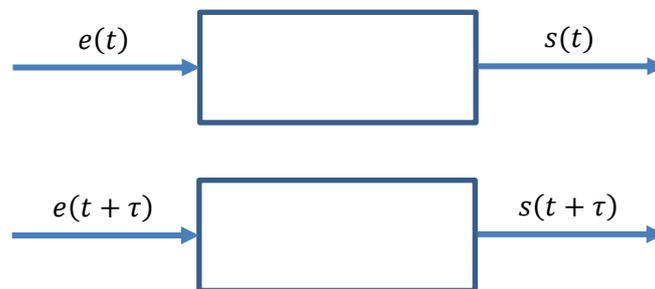
Un système est **continu**, par opposition à un **système discret**, lorsque les variations des grandeurs physiques le caractérisant sont des fonctions à temps continu et que l'on peut donc définir ces grandeurs à tout instant. On parle aussi de système **analogique**.

Un système informatique n'est pas continu, on parle alors de **système échantillonné**.

A.I.3.c Invariance

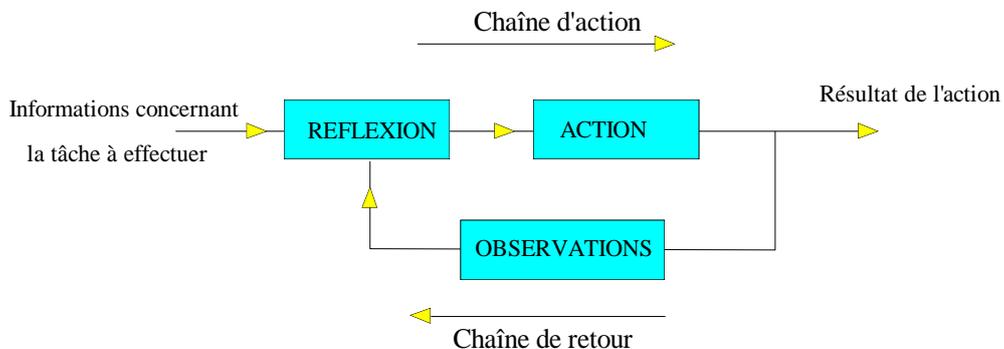
Un système invariant est un système dont les caractéristiques de comportement ne se modifient pas dans le temps, en d'autres termes c'est un système qui ne vieillit pas.

Cette proposition se traduit par :

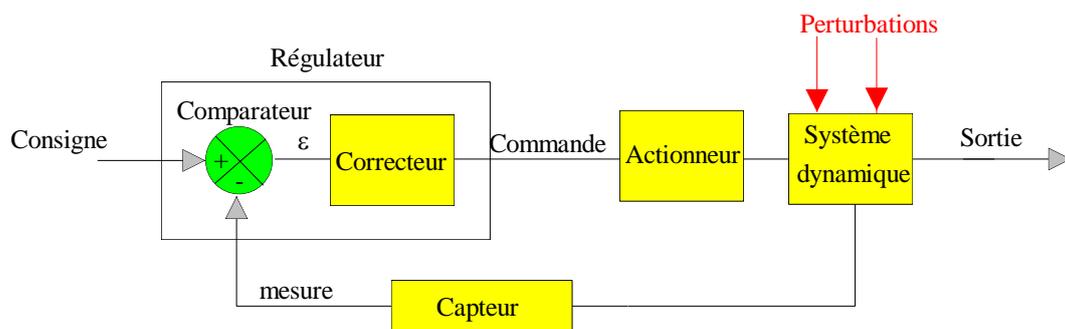


A.I.4 Structure d'un système asservi

Un système asservi est un système bouclé. Voici sa structure :



Le système asservi peut être modélisé par le schéma fonctionnel suivant (appelé schéma fonctionnel) :



Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
04/10/2017		Cours

Le **régulateur**, composé d'un **comparateur** et d'un **correcteur**, est l'organe "intelligent" du système. Il contrôle la manière dont l'ordre a été exécuté et le modifie si nécessaire. A partir de la valeur ε de l'écart constaté, le système élabore un signal de commande.

Le **système dynamique** évolue suivant les lois de la physique qui le caractérisent, afin d'apporter la valeur ajoutée à la matière d'œuvre. Il peut subir des perturbations de l'extérieur, prévisibles ou non.

ε (écart = image de la consigne d'entrée – image de la valeur de sortie) caractérise la qualité de fonctionnement du système. On cherche à obtenir un écart faible ou nul.

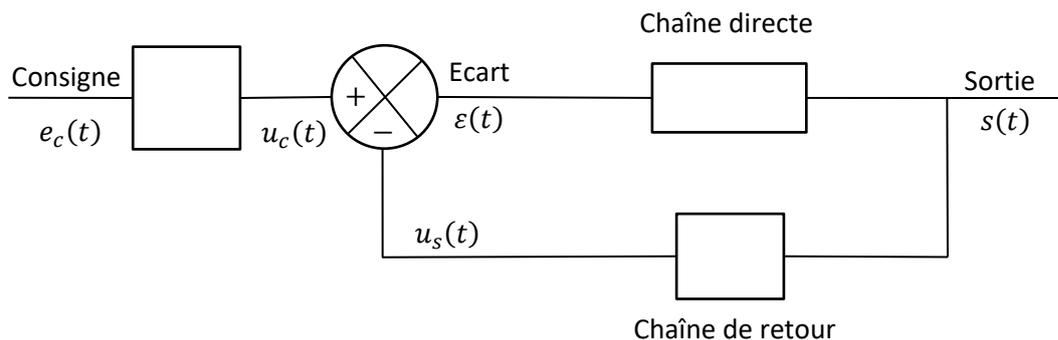
D'une façon générale, un **système de commande** à une variable a pour but de transmettre à la grandeur de sortie, la loi de variation en fonction du temps imposée par la grandeur de consigne ou d'entrée.

Les systèmes de commande asservis sont conçus **pour corriger eux-mêmes** les écarts entre la valeur réelle du signal de sortie et la valeur désirée, correspondant à la loi imposée à l'entrée.

A.I.5 Représentation par schéma bloc

A.I.5.a Schéma bloc

L'asservissement des systèmes asservis est représenté par des schémas blocs.



On trouve différentes variables dans le schéma bloc :

- ec est la grandeur de consigne en entrée
- uc est la tension image de la grandeur de consigne
- s est la grandeur de sortie
- us est la tension image de la grandeur de sortie
- $\varepsilon = uc - us$ est l'écart. Remarquons que cela correspond à l'entrée moins la sortie !

Attention : il faut faire la différence entre l'écart au niveau du comparateur et l'erreur correspondant à la différence entre la sortie et la consigne. Pour éviter les erreurs, regarder les unités.

La grandeur de sortie est commandée par l'intermédiaire d'une **chaîne directe ou chaîne d'action**.

L'entrée de celle-ci (la commande) est la différence ε entre un signal élaboré à partir du signal de consigne et du signal de retour obtenu à partir du signal de sortie par l'intermédiaire d'une **chaîne de retour ou chaîne de réaction**.

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
04/10/2017		Cours

A.I.5.b Eléments réels constitutifs du schéma bloc

Un schéma bloc représente différents éléments réels :

- Des capteurs
- Des actionneurs
- Des organes de traitement de l'information

A.I.5.b.i Capteurs

Un capteur est un organe de transformation d'une grandeur physique en une autre. Exemples :

- un potentiomètre transforme une position en une tension électrique
- une dynamo tachymétrique transforme une vitesse en une tension électrique
- un thermocouple transforme une température en une tension électrique

Dans le cas le plus général, un système asservi comporte deux capteurs qui ont pour rôle d'élaborer à partir des grandeurs de consigne et de sortie du système, deux grandeurs de même nature aisément comparables dont la différence constitue l'écart ε .

A.I.5.b.ii Actionneurs

C'est l'élément qui commande le système à asservir (vérin, moteur...).

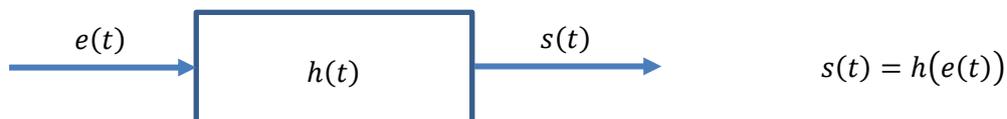
A.I.5.b.iii Organes de traitement de l'information

La grandeur de consigne permet de commander avec une faible énergie des procédés qui mettent en jeu des puissances élevées. Il existe toujours dans ces systèmes un **amplificateur de puissance**. L'ampli soumis à une tension d'entrée $u(t)$ délivre une tension proportionnelle $v(t) = A u(t)$.

A.I.5.c Transmittances – Fonction de transfert

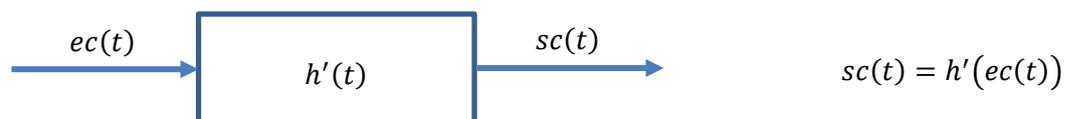
A.I.5.c.i Généralités

A chaque composant du système asservi est associée une fonction de transfert.



h est la fonction de transfert du composant.

Au système asservi complet est associée une fonction de transfert qui dépend des transmittances de chaque composant qui le constitue :



h' est la fonction de transfert du système.

Dernière mise à jour 04/10/2017	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	--	-------------------------

A.I.6 Comportements temporels des SLCI

A.I.6.a Signaux d'entrée

Les signaux d'entrée sont des fonctions du temps. Généralement, ce sont des tensions.

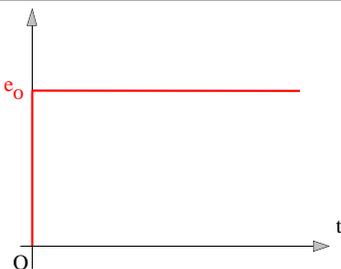
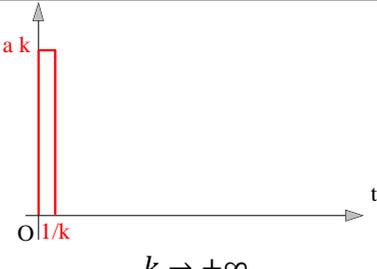
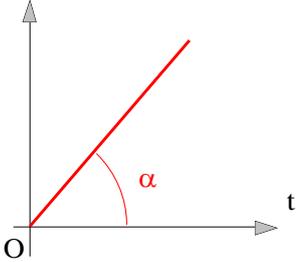
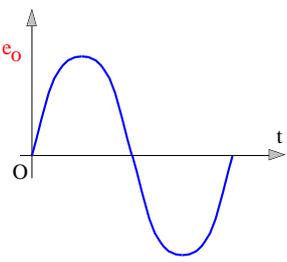
Dans le cadre de l'étude des systèmes asservis, on connaît toujours les causes faisant apparaître des effets. On supposera donc toujours que les causes ont lieu au temps 0 et sont inexistantes avant :

$$e(t) = 0 \text{ si } t < 0$$

On parle du principe de causalité :

- en physique, le principe de causalité affirme que si un phénomène (nommé cause) produit un autre phénomène (nommé effet), alors l'effet ne peut précéder la cause
- dans les mêmes conditions, les mêmes causes produisent les mêmes effets

Les entrées types étudiées dans notre cours sont les suivantes :

<p>Entrée échelon $e(t) = e_0 u(t)$</p> 	<p>Entrée impulsion $e(t) = a \delta(t)$ (Dirac)</p>  <p>$k \rightarrow +\infty$</p>
<p>Entrée rampe $e(t) = at u(t)$</p> 	<p>Entrée sinusoïdale $e(t) = e_0 \sin(\omega t + \varphi)$</p> 

$u(t) = 0 \text{ si } t < 0$

Remarques :

- lorsque l'on parle d'un échelon **unitaire**, cela veut dire que $e_0 = 1$
- la fonction $u(t)$ s'appelle fonction de **Heavyside** : $u(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$

Dernière mise à jour	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY
04/10/2017		Cours

A.I.6.b Images en sortie

Selon le type de signal en entrée, l'image de ces entrées est caractérisée de deux manières différentes :

- Image statique : Le système est en mode régulation (entrée fixe). On définit alors l'erreur statique ε_s qui est la différence entre le résultat souhaité et le résultat obtenu. Il faut essayer d'annuler cette erreur en agissant sur les paramètres du système.
- Image dynamique : Les valeurs d'entrée ne sont pas prédéterminées. On étudie alors :
 - o la **précision dynamique** : erreur avec laquelle la sortie suit la loi imposée à l'entrée
 - o la **rapidité** : temps que met le système à réagir à une variation brutale de la consigne
 - o la **stabilité** : réponse suffisamment amortie pour une variation brutale de la consigne, si la sortie s'éloigne de la loi imposée, le système est dit instable.

Ces trois caractéristiques sont étroitement **liées**. Il faut donc les rendre compatibles, compte-tenu du cahier des charges retenu pour le système. On en déduit le correcteur approprié.

A.I.6.c Régimes et performances

Le signal réponse d'un système se décompose en deux phases. Il passe d'abord par un **régime transitoire**, puis atteint ensuite un **régime permanent**.

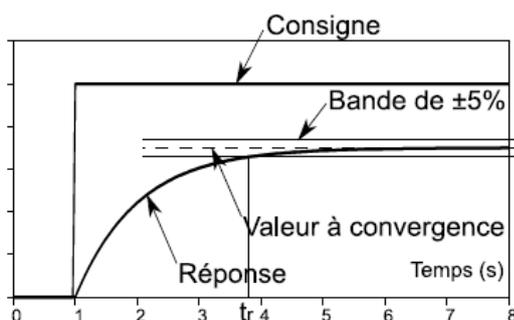
Au cours de ces deux régimes, on met en évidence ses performances :

- Précision : aptitude à atteindre la valeur visée mesurée entre la valeur de la réponse permanente (limite lorsque $t \rightarrow \infty$) et la consigne. On parle **d'erreur statique**.
- Rapidité : aptitude à réagir à une variation de la grandeur d'entrée.
- Stabilité : aptitude à converger vers une valeur constante lorsque $t \rightarrow \infty$ - Est aussi défini ainsi : un système est stable si à une entrée bornée, correspond une sortie bornée.
- Présence de dépassements : possibilité du système à dépasser la valeur de consigne au cours de sa réponse

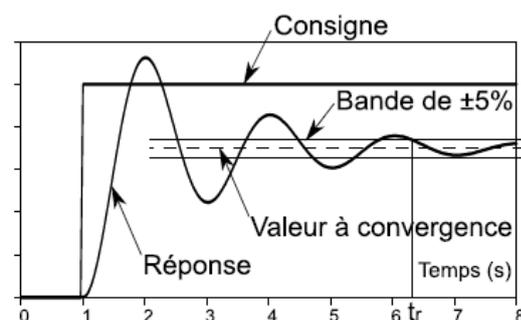
A.I.6.c.i Régime transitoire

Au cours du premier régime, on met en évidence les performances de rapidité, stabilité et la présence éventuelle de dépassement.

On estime la rapidité d'un système en regardant à partir de quel moment sa réponse $s(t)$ **reste** dans un intervalle de $\pm 5\%$ de la valeur finale $S_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} s(t)$. Le temps de réponse à 5% est noté $t_{r_{5\%}}$ (ou t_r).



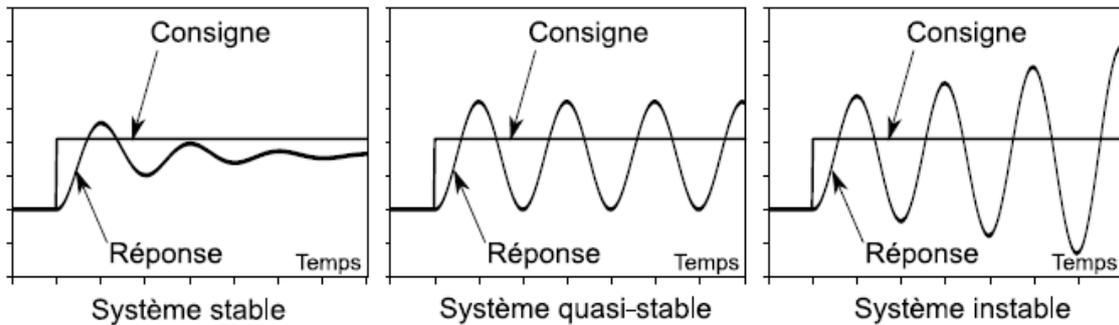
$$t_{r_{5\%}} = 3,8 - 1 = 2,8 \text{ s}$$



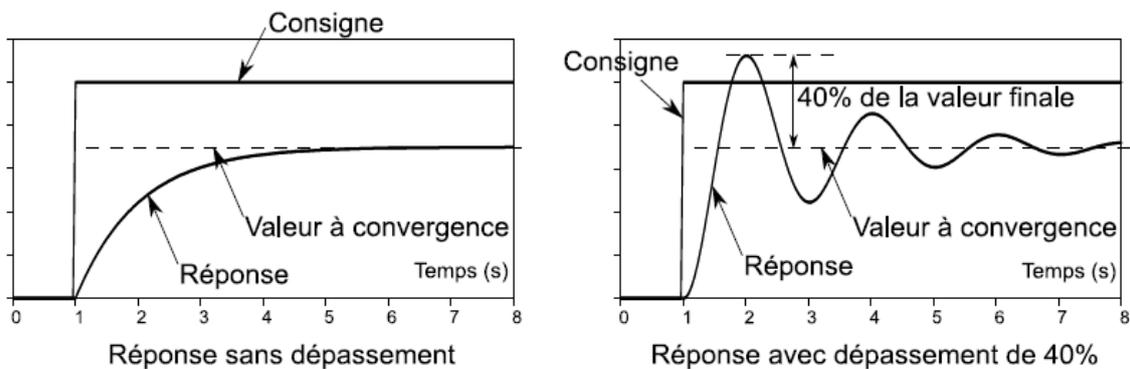
$$t_{r_{5\%}} = 6,3 - 1 = 5,3 \text{ s}$$

Dernière mise à jour 04/10/2017	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	--	-------------------------

Si un système est mal amorti, la sortie $s(t)$ peut prendre des valeurs trop importantes avant de converger vers une valeur stable, voire ne jamais se stabiliser. L'erreur à tout moment est appelée l'**erreur dynamique** notée ε_d .



Lors de la réponse en régime transitoire, on peut mettre en évidence l'éventuelle présence de dépassements.



Le régime transitoire d'un système de commande doit être « bien » amorti et « suffisamment » rapide. Ces valeurs seront toujours précisées dans le cahier des charges.

A.1.6.c.ii Régime permanent

En régime permanent, selon le type d'entrée, la réponse du système est différente.

• Réponse à une entrée échelon

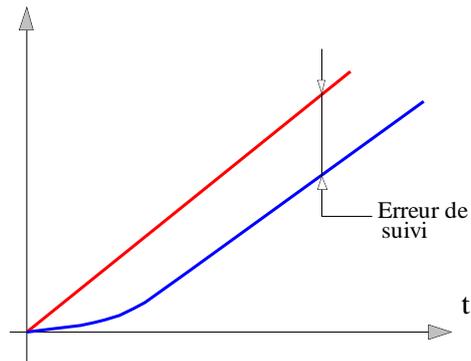
L'erreur permanente s'appelle est nommée **erreur statique** ε_s . C'est l'écart entre la valeur du signal d'entrée et la réponse $s(t)$ en régime définitif ($t \rightarrow \infty$). Plus cet écart sera faible plus le système sera **précis**.

Remarque : La réponse d'un système à un échelon sera appelée **réponse indicielle**.

• Réponse à une entrée rampe

L'erreur permanente mesurée (valeur à l'infini de l'erreur dynamique) s'appelle **erreur de suivi, erreur de traînage ou erreur de vitesse** notée ε_v . En pratique, on essaie d'annuler cette erreur ou de fixer un seuil d'erreur à ne pas dépasser.

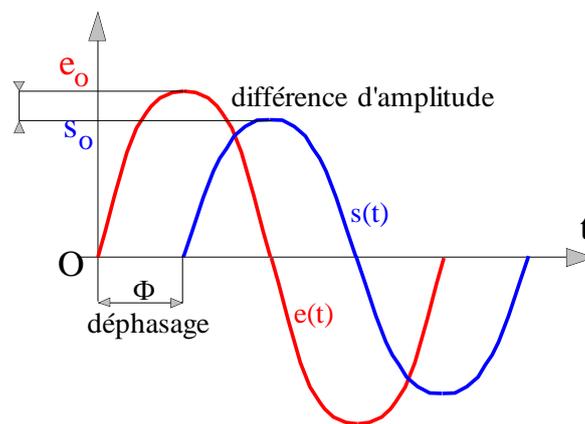
Dernière mise à jour 04/10/2017	Systèmes régis par une équ. diff. du 1° et 2° ordre	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	--	-------------------------



• Réponse à une entrée sinusoïdale

La réponse **en régime établi** (un temps assez long a permis à la sortie de s'établir et de se répéter), à une entrée sinusoïdale est sinusoïdale :

- de même période
- avec une amplitude $s_0 \neq e_0$
- avec un déphasage ϕ (correspondant à une erreur de suivi)



A.I.6.c.iii Bilan

Imposer une entrée échelon permet de juger de la précision, de la rapidité et de l'éventuel dépassement d'un système.

Imposer une entrée en rampe permet de juger de la capacité d'un système à suivre une consigne.

Imposer une entrée sinusoïdale permet de juger de la stabilité d'un système.