

# ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Éducation Nationale  
et de la Jeunesse

Ministère de l'Enseignement  
Supérieur, de la Formation des Cadres  
et de la Recherche Scientifique

## Concours National Commun d'Admission aux Grandes Écoles d'Ingénieurs Session 2003

### ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Durée 4 heures

Concours **TSI**

Cette épreuve comporte 6 pages au format A4, en plus de cette page de garde  
L'usage de la calculatrice est *interdit*

**L'énoncé de cette épreuve comporte 6 pages.  
L'usage de la calculatrice est interdit.**

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.

L'épreuve est constituée de quatre parties complètement indépendantes entre elles. La première partie étudie un système mécanique simple. La deuxième et la troisième parties proposent respectivement l'étude d'un microphone électrostatique et d'un haut parleur électrodynamique. La quatrième partie, quant à elle, décrit le principe de la mesure de la vitesse de translation d'un mobile utilisant l'effet DOPPLER acoustique.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

**1<sup>ère</sup> partie**

**Étude d'un système mécanique**

Un système ( $S$ ) est constitué d'un cylindre homogène de rayon  $R$  et de masse  $m$ , d'une barre rigidement fixée sur l'axe du cylindre de masse négligeable et de longueur  $L = 2R$ , et d'une masse  $M = m$  fixée à l'extrémité de la barre (figure 1).

On rappelle l'expression du moment d'inertie d'un cylindre par rapport à l'axe  $J = \frac{1}{2}mR^2$ .

Le système ( $S$ ) est posé sur un plan incliné d'un angle  $\alpha = \pi/4$  par rapport à un plan horizontal, l'axe du cylindre restant à tout instant horizontal. Le référentiel lié au plan incliné est supposé galiléen.

La position d'un point  $C$  de l'axe du cylindre est repérée par la variable  $X$ , qui mesure le déplacement de  $C$  depuis un point  $O$  fixe. Le mouvement de rotation de ( $S$ ) autour de l'axe du cylindre est caractérisé par la variable  $\theta$ , mesurant l'angle entre la normale au plan incliné et la direction de la barre, compté positivement de la normale vers la barre dans le sens trigonométrique.

On suppose qu'à tout moment, ( $S$ ) roule sans glisser sur le plan incliné. ( $S$ ) est lâché sans vitesse initiale depuis une position où  $C$  est en  $O$  et où  $\theta = \theta_0$  donné,  $\theta_0$  compris entre  $-\pi$  et  $\pi$ .

Le plan incliné est conçu de telle façon que la barre ne le rencontre jamais.

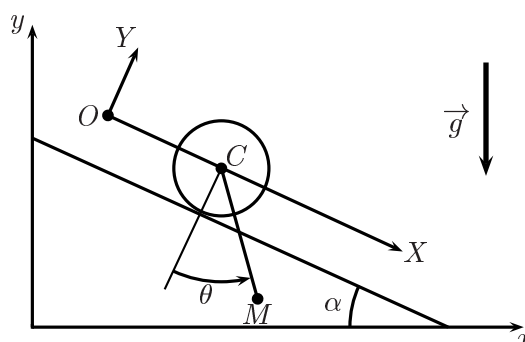


Figure 1: Cylindre sur un plan incliné.

**1.1. Positions d'équilibre**

1.1.1. Quelle relation a-t-on entre les variables  $X$  et  $\theta$  ?

1.1.2. Effectuer un bilan des forces subies par ( $S$ ). Pour chacune d'elles, indiquer si elle travaille au cours du mouvement et si elle dérive d'un potentiel. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

*Dans la suite, tous les résultats seront exprimés en fonction de la variables  $\theta$ , des dérivées successives de  $\theta$  par rapport au temps, de  $m$ ,  $R$ ,  $\alpha$  et  $g$  (accélération de la pesanteur).*

1.1.3. Établir, à une constante additive près, l'expression de l'énergie potentielle  $E_p(\theta)$  de ( $S$ ).

1.1.4. Déterminer les valeurs de  $\theta$  correspondant à des positions d'équilibre de ( $S$ ).

1.1.5. Pour chacune de ces positions d'équilibre, dessiner le système et représenter les forces subies.

1.1.6. Étudier la stabilité de chacune de ces positions.

## 1.2. Nature du mouvement

1.2.1. Tracer l'allure de la courbe  $E_p(\theta)$  pour  $\theta$  compris entre  $-\pi$  et  $\pi$ .

1.2.2. Préciser en fonction de  $\theta_0$  le sens dans lequel commence le mouvement de  $C$ .

1.2.3. Décrire en fonction de  $\theta_0$  le mouvement ultérieur de ( $S$ ). On suppose qu'il y a toujours mouvement de roulement sans glissement.

## 1.3. Équation du mouvement

1.3.1. Établir l'expression de l'énergie cinétique  $T$  de ( $S$ ) à un instant quelconque de son mouvement.

1.3.2. Établir l'équation différentielle du mouvement faisant intervenir  $\theta(t)$  et sa dérivée première.

1.3.3. En ne conservant dans l'équation différentielle que les termes d'ordre 1 en  $\theta$ , trouver la période des petites oscillations autour de la la position d'équilibre stable.

## 2<sup>ème</sup> partie

### Étude d'un microphone électrostatique

Un microphone électrostatique est composé essentiellement d'un condensateur plan dont l'une des armatures  $A_1$  est fixe tandis que l'autre armature  $A_2$  est mobile sous l'effet d'une surpression acoustique. On suppose que l'armature  $A_2$  se déplace parallèlement à elle même le long de l'axe  $Ox$ . Les armatures du condensateur ont une surface  $S$  et l'air qui remplit entièrement l'espace entre les deux armatures a la même permittivité diélectrique  $\epsilon_0$  que le vide. Si  $d_0$  est la distance au repos entre les deux armatures, on admet qu'une surpression sinusoïdale de pulsation  $\omega$  sur  $A_2$  conduit à une épaisseur  $d = d_0 - a \sin \omega t$ . On négligera tous les effets de bord.

2.1. Sachant que  $a \ll d_0$ , montrer que la capacité peut s'écrire, au premier ordre en  $a/d_0$  :

$$C(t) = C_0 + C_1 \sin \omega t$$

et exprimer  $C_0$  et  $C_1$  en fonction de  $\epsilon_0$ ,  $S$ ,  $d_0$  et  $a$ . Que représente  $C_0$  ? Exprimer le rapport  $\frac{C_1}{C_0}$  et commenter.

Le microphone est inséré dans le montage électrique représenté figure 2. Le générateur de tension de polarisation présente une force électromotrice  $E$  constante.

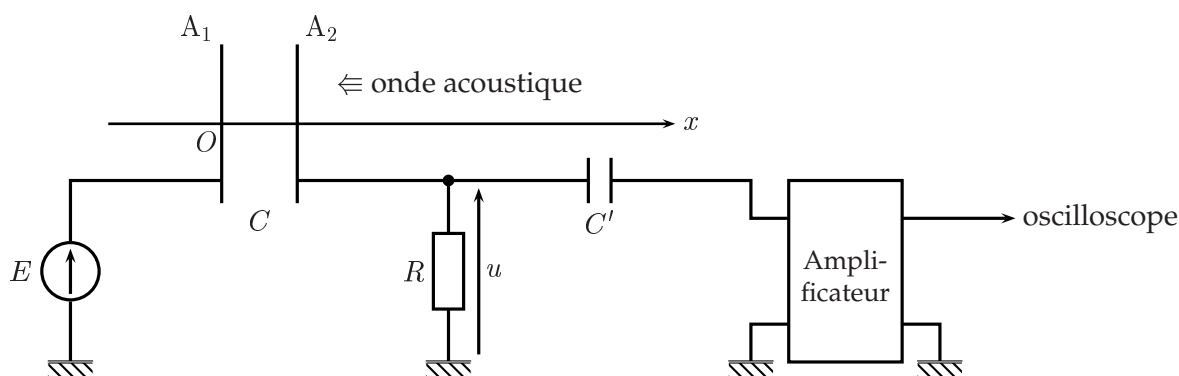


Figure 2: Montage d'un microphone électrostatique.

2.2. Donner l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u(t)$  aux bornes de la résistance  $R$ . On négligera le courant d'entrée dans l'amplificateur.

2.3. Montrer qu'à l'ordre le plus bas en  $\frac{C_1}{C_0}$ , l'équation différentielle précédente devient :

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\tau_0} u = \omega U_0 \cos \omega t$$

et donner les expressions de  $\tau_0$  et  $U_0$  en fonction de  $R$ ,  $C_0$ ,  $C_1$  et  $E$ . Quelle condition doit-on pour cela imposer à la résistance  $R$  ?

2.4. On cherche une solution du régime établi sous la forme  $u(t) = U \cos(\omega t - \varphi)$ . Donner les expressions de  $U$  et  $\varphi$  en fonction de  $R$ ,  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $E$  et  $\omega$ .

2.5. Comment doit-on choisir la résistance  $R$  pour que l'amplitude  $U$  dépende le moins possible de la fréquence ? Interpréter cette condition et donner alors la nouvelle expression de  $u(t)$ . Quels autres avantages apporte cette condition ?

2.6. Quel est le rôle du condensateur de capacité  $C'$  ? Proposer un montage réaliste pouvant servir d'amplificateur dans le domaine audio-fréquence.

### 3<sup>ème</sup> partie

#### Étude d'un haut parleur électrodynamique

Un haut-parleur électrodynamique (figure 3) est composé :

- d'un aimant permanent fixe dont l'entrefer, en forme de cavité annulaire, est le siège d'un champ magnétique  $\vec{B} = B_0 \vec{u}_r$  radial et de norme  $B_0$  constante ( $B_0 > 0$ ) ;
- d'une bobine de longueur totale de fil  $l$ , de résistance  $R$ , d'inductance  $L$ , située entièrement dans l'entrefer de l'aimant et soumise à une tension  $u(t)$  entre ses bornes A et B ;
- d'une membrane  $\mathcal{M}$  solidaire de la bobine. L'ensemble mobile possède une masse  $m$  et peut osciller en translation autour d'une position moyenne ( $x = 0$ ) suivant l'axe  $Ox$  grâce à un dispositif de rappel schématisé par un ressort de raideur  $k$  exerçant une force de rappel  $\vec{f}_r = -k x \vec{u}_x$ . La transmission acoustique de la membrane à l'air environnant se traduit par une force de frottement fluide  $-r \vec{v}$  opposée à la vitesse  $\vec{v}$  de la membrane et dont la puissance correspond à la puissance sonore émise.

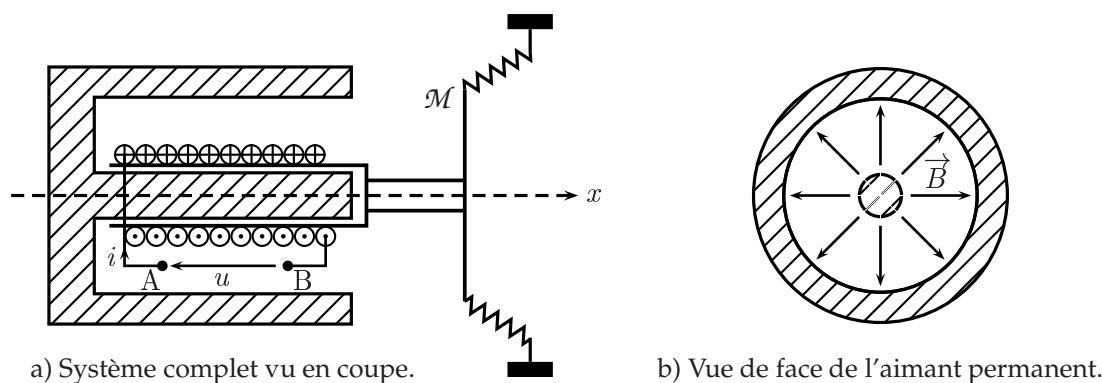


Figure 3: Haut-parleur électrodynamique.

Les grandeurs électriques sont définies algébriquement comme l'indique la figure 3. Tout vecteur devra être exprimé sur la base orthonormée directe  $(\vec{u}_x, \vec{u}_\theta, \vec{u}_r)$ ;  $\vec{u}_x$  étant le vecteur directeur unitaire de l'axe  $Ox$ .

### 3.1. Équation mécanique

La bobine est parcourue par un courant  $i(t)$ .

3.1.1. Calculer la force de LAPLACE  $\vec{f}_L$  s'exerçant sur la bobine.

3.1.2. En déduire l'équation différentielle reliant le déplacement  $x(t)$  de l'ensemble mobile et sa vitesse  $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$  au courant  $i(t)$ .

### 3.2. Équation électrique

La bobine est soumise à une tension  $u(t)$ .

3.2.1. Calculer le champ électromoteur de LORENTZ  $\vec{E}_m$ , indiquer son sens sur la figure et en déduire la force électromotrice  $e(t)$  correspondante.

3.2.2. En déduire l'équation différentielle électrique reliant  $u(t)$ ,  $i(t)$  et  $v(t)$ .

### 3.3. Bilan énergétique

3.3.1. Pourquoi parle-t-on de couplage et de transducteur électrodynamiques ?

3.3.2. En éliminant les termes de couplage entre les deux équations mécanique et électrique, établir un bilan de puissance sous la forme :

$$u i = \frac{dE_r}{dt} + \mathcal{P}_1(i) + \mathcal{P}_2(v)$$

et donner les expressions de  $E_r$ ,  $\mathcal{P}_1$  et  $\mathcal{P}_2$  en prenant le soin d'interpréter physiquement chacun des termes du bilan.

3.3.3. Que devient ce bilan de puissance en valeur moyenne temporelle pour un régime périodique ? Interpréter physiquement ce résultat.

### 3.4. Modèle électrique équivalent

On suppose à présent que la tension  $u(t)$  appliquée aux bornes de la bobine est sinusoïdale de la forme  $u(t) = u_0 \cos \omega t$ . On s'intéresse au régime établi à la pulsation  $\omega$  et on utilisera la représentation complexe.

3.4.1. Montrer que l'on peut écrire  $\underline{u} = \underline{Z} \underline{i}$  avec  $\underline{Z} = \underline{Z}_e + \underline{Z}_{am}$  où  $\underline{Z}_e$  représente l'impédance électrique de la bobine et  $\underline{Z}_{am}$  l'impédance acousto-mécanique ou motionnelle du haut-parleur. Donner les expressions de  $\underline{Z}_e$  et  $\frac{1}{\underline{Z}_{am}}$ .

3.4.2. Montrer que, dans l'hypothèse simplificatrice où  $r$  ne dépend pas de  $\omega$ , l'impédance acousto-mécanique est constituée de trois composants électriques associés en parallèle dont on donnera la nature et dont on déterminera les expressions en fonction des données. Quelle fonction mécanique représente chacun de ces composants ?

3.4.3. **Application numérique** : calculer la valeur de ces composants pour  $B = 0,2 \text{ T}$ ,  $l = 20 \text{ m}$ ,  $m = 120 \text{ g}$ ,  $k = 4,3 \times 10^4 \text{ N.m}^{-1}$  et  $r = 6 \text{ kg.s}^{-1}$ . Proposer le schéma électrique équivalent à l'ensemble du haut-parleur.

## 4<sup>ème</sup> partie

### Mesure d'une vitesse de translation par effet DOPPLER

N.B. : aucune connaissance préalable de l'effet DOPPLER n'est nécessaire.

4.1. Une source d'ondes acoustiques émettant des signaux périodiques de période  $T_s$ , s'éloigne de l'observateur à la vitesse  $v$  négligeable devant la célérité  $c$  des ondes acoustiques. Déterminer la période apparente  $T_a$  des signaux reçus par l'observateur. Montrer qu'au premier ordre en  $v/c$ , la fréquence apparente  $\nu_a$  est reliée à la fréquence  $\nu_s$  de la source par :

$$\nu_a = \nu_s \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

4.2. On dispose un émetteur E et un récepteur R d'ultrasons comme représenté figure 4. L'émetteur est fixe par rapport au référentiel d'étude alors que le récepteur est animé d'un mouvement de translation rectiligne uniforme de vitesse constante  $\vec{V} = V \vec{u}_x$ .

Exprimer le décalage  $\Delta\nu$  entre les fréquences de l'onde émise par E et celle de l'onde reçue par R ; on prendra  $\Delta\nu > 0$ .

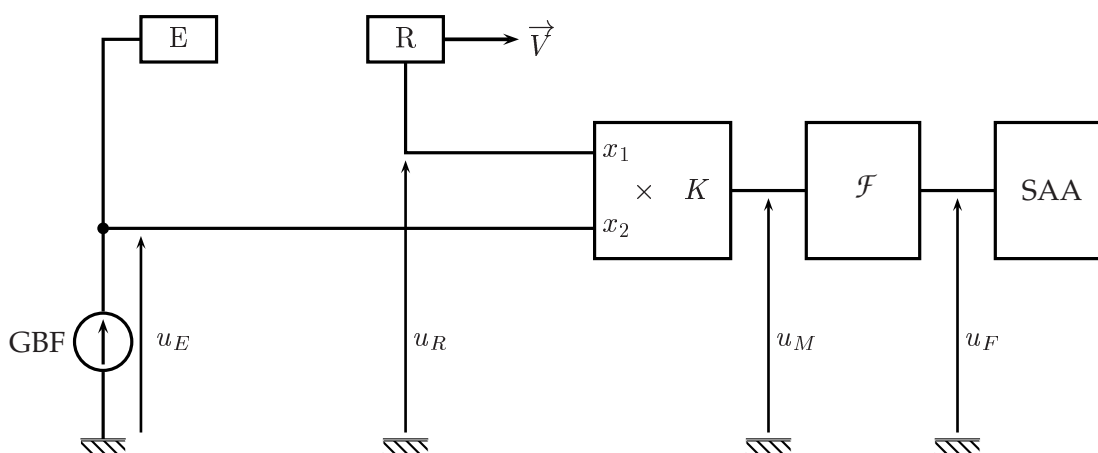


Figure 4: Dispositif de mesure d'une vitesse de translation par effet DOPPLER.

4.3. Afin de pouvoir mesurer le décalage de fréquence et d'en déduire la vitesse  $V$ , on utilise le montage électronique représenté figure 4. Le circuit multiplieur délivre une tension proportionnelle au produit de ses deux tensions d'entrée et se comporte vis-à-vis de la sortie comme un générateur de tension d'impédance nulle ; on note  $K$  le coefficient de proportionnalité.

Le générateur basse-fréquence délivre une tension sinusoïdale  $u_E(t) = U_0 \cos 2\pi\nu t$  de fréquence  $\nu = 40$  kHz. On suppose que l'émetteur E émet une onde acoustique harmonique de même fréquence que la tension excitatrice et que le récepteur R délivre une tension  $u_R$  de même fréquence que l'onde acoustique reçue.

4.3.1. Quelle est la dimension du coefficient  $K$  ?

4.3.2. Exprimer la tension de sortie  $u_M(t)$  du multiplieur en fonction du temps  $t$  ; on notera  $\varphi$  le déphasage de  $u_R(t)$  par rapport à  $u_E(t)$ .

4.3.3. Établir et représenter graphiquement la décomposition spectrale de la tension  $u_M(t)$ .

4.3.4. Pour isoler le signal utile de fréquence  $\Delta\nu$ , on dispose un filtre linéaire  $\mathcal{F}$  comme représenté figure 4. Quel type de filtre doit-on utiliser et quelles sont les conditions que doit vérifier sa fréquence de coupure  $\nu_c$  ?

4.3.5. Donner alors l'expression de la tension de sortie  $u_F(t)$  du filtre. On notera  $A$  l'amplification de ce dernier dans sa bande passante.

4.4. La figure 5 donne un enregistrement de la tension  $u_F(t)$  en fonction du temps réalisé à l'aide d'un système automatique d'acquisition (SAA).

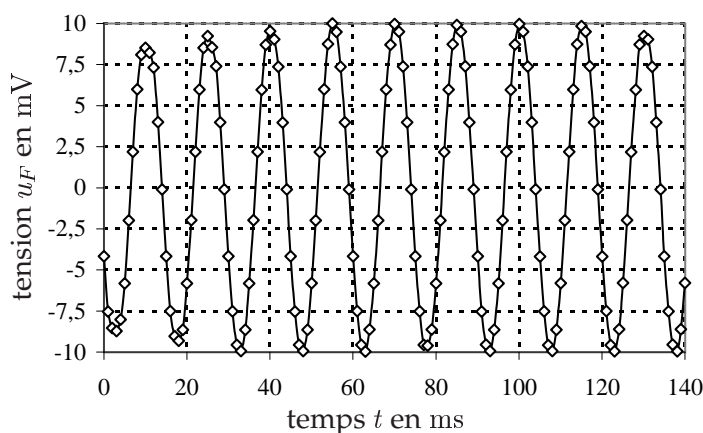


Figure 5: Exemple d'enregistrement de la tension DOPPLER.

4.4.1. Déterminer la valeur expérimentale du décalage de fréquence.

4.4.2. En déduire la valeur numérique de la vitesse  $V$  de déplacement de R. On prendra comme valeur de la célérité de l'onde dans les conditions de l'expérience  $c = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

4.5. Proposer une structure pour le filtre  $\mathcal{F}$  en donnant les valeurs numériques « raisonnables » des composants utilisés. Quelle est sa fréquence de coupure  $\nu_c$  ?

4.6. En quoi consiste le système automatique d'acquisition ?

FIN DE L'ÉPREUVE