

Corrigé CNC 2016 Physique II : Filière TSI

I : 1ère Partie : Transmission et réception de signaux analogiques

I.1 Le vecteur d'onde $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}_z$, c : vitesse de propagation de l'onde dans l'ionosphère identique à celle dans le vide.

I.1.1 Maxwell-Fraday : $\vec{\nabla} \wedge \vec{E}(z, t) = -\frac{\partial \vec{B}(z, t)}{\partial t}$, en notation complexe $-i\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}(z, t) = -i\omega \underline{\vec{B}}(z, t)$ soit :

$$\underline{\vec{B}}(z, t) = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \underline{\vec{E}}(z, t) = -\frac{E_0}{c} \exp i(\omega t - kz) \vec{u}_x$$

I.1.2 P.F.D appliqué à l'électron dans R galiléen : $m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$

I.1.3 $\frac{\|\vec{F}_m\|}{\|\vec{F}_e\|} = \frac{\|q\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|q\vec{E}\|} = \frac{vB}{E} = \frac{v}{c} \ll 1$ d'où le résultat.

Le PFD en notation complexe $i\omega m \vec{v} = -e \underline{\vec{E}} = -e E_0 \exp i(\omega t - kz) \vec{u}_y$ soit

$$\vec{v} = \frac{i.eE_0}{m\omega} \exp i(\omega t - kz) \vec{u}_y$$

I.1.4 $\vec{j} = -ne\vec{v} = -i \frac{ne^2 E_0}{\omega} \exp i(\omega t - kz) \vec{u}_y$ et la loi d'ohm locale $\vec{j} = \underline{\gamma} \underline{\vec{E}}$ on tire

$$\underline{\gamma} = -i \frac{ne^2}{m\omega}$$

I.1.5 La puissance volumique cédée au milieu $p = \vec{j} \cdot \vec{E}$

la puissance moyenne est

$$p = \frac{1}{2} \Re(\vec{j} \cdot \underline{\vec{E}}^*) = \frac{1}{2} \Re(-i \frac{ne^2 E_0^2}{m\omega}) = 0$$

C'est normal puisque \vec{j} et $\underline{\vec{E}}$ sont en quadrature de phase : nous pouvons envisager la propagation sans atténuation d'ondes électromagnétiques dans un plasma.

I.1.6. Maxwell Ampere $\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$

En notation complexe et avec l'expression de \vec{j} on aura

$$-i\vec{k} \wedge \underline{\vec{B}} = \mu_0(-i \frac{ne^2}{m\omega} \underline{\vec{E}} + \epsilon_0 i\omega \underline{\vec{E}}) \quad \text{soit} \quad \vec{k} \wedge \underline{\vec{B}} = (\mu_0 \frac{ne^2}{m\omega} - \mu_0 \epsilon_0 \omega) \underline{\vec{E}}$$

Comme $\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \underline{\vec{E}}$, il vient : $\vec{k} \wedge (\frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \underline{\vec{E}}) = -\frac{k^2}{\omega} \underline{\vec{E}} = (\mu_0 \frac{ne^2}{m\omega} - \mu_0 \epsilon_0 \omega) \underline{\vec{E}}$

ave $\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\epsilon_0}$ et $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$ On en déduit la relation de dispersion :

$$k^2 = -\mu_0 \frac{ne^2}{m} + \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$$

Remarque : On peut établir l'équation de dispersion après avoir établi l'équation de propagation de

D'alembert : $\Delta \underline{\vec{E}} = \mu_0 \underline{\gamma} \frac{\partial \underline{\vec{E}}}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{\vec{E}}}{\partial t^2} +$

I.1.7. Si $\omega < \omega_p$ alors k est imaginaire pur

$$k = \pm i \frac{\sqrt{\omega_p^2 - \omega^2}}{c} = \pm i k''$$

Le champ électrique de l'onde s'écrit alors sous la forme

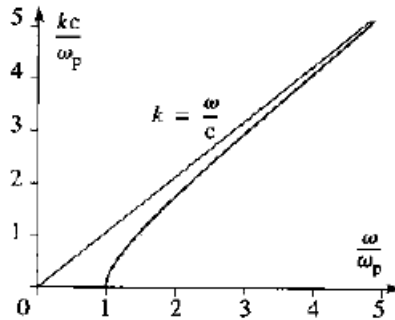
$$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 \exp(\mp k'' z) \exp i(\omega t) \quad \text{soit} \quad \underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 \exp(\mp k'' z) \cos(\omega t)$$

les ondes sont stationnaires et dites évanescentes (évolution exponentielle de l'amplitude selon la direction de l'onde

I.1.8. Dans le cas où $\omega > \omega_p$

I.1.8.1. k est réel. il s'agit bien d'une onde progressive : le plasma agit vis-à-vis des ondes électromagnétiques comme un filtre passe-haut de pulsation de coupure ω_p

I.1.8.2. Le module de k est $k = \frac{\sqrt{\omega^2 - \omega_p^2}}{c}$



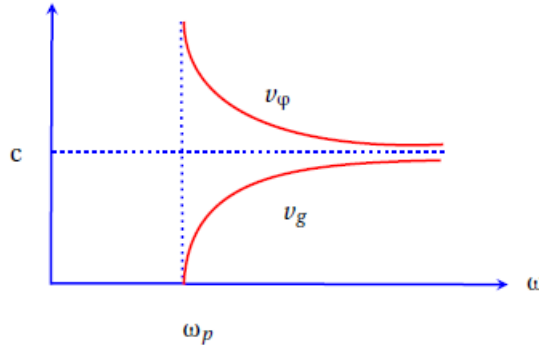
I.1.8.3. La vitesse de phase est

$$v_\varphi(\omega) = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$$

la vitesse de groupe vérifie

$$v_g(\omega) = \frac{c^2}{v_\varphi} = c\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$$

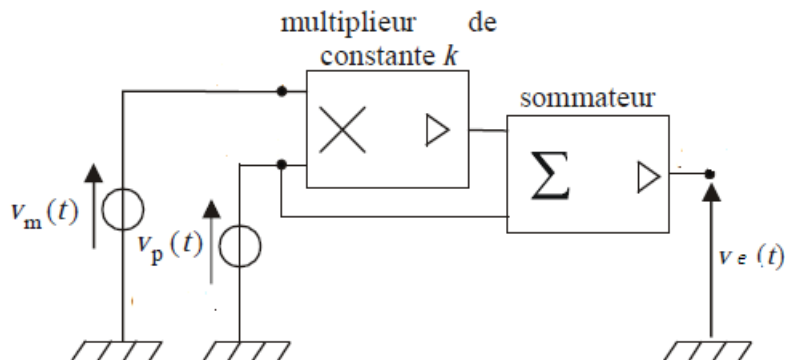
Les graphes de $v_\varphi(\omega)$ et $v_g(\omega)$:



I.1.9. Pour les fréquences $f \gg f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 9MHz$ Ces fréquences sont utilisées pour communiquer avec les satellites : l'ionosphère est transparente.

I.2 I.2.1. $L_a = \lambda = \frac{c}{f_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{20 \cdot 10^3} = 15000m$: Une telle antenne est inconcevable

I.2.2. on a $v_e(t) = V_{0p} \cdot \cos(2\pi \cdot f_p t) + k \cdot V_{0m} \cdot V_{0p} \cos(2\pi \cdot f_m t) \cdot \cos(2\pi \cdot f_p t)$ le montage serait donc :



I.2.3. Il faut brancher v_e à la voie Y et v_m à la voie X, en mode XY on visualise la figure 1-b : On a $V_{emax} = V_{0p}(1 + m)$ et $V_{emin} = V_{0p}(1 - m)$ On effectue la rapport $\frac{V_{emax}}{V_{emin}} = \frac{1+m}{1-m}$ ce qui donne

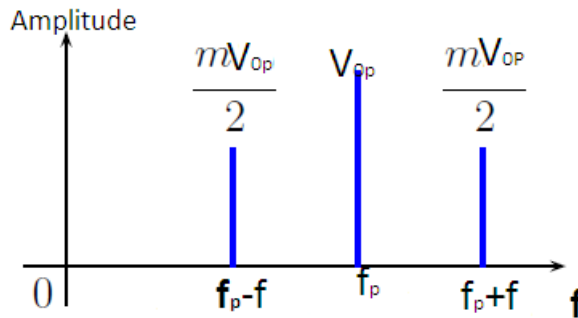
$$m = \frac{V_{emax} - V_{emin}}{V_{emax} + V_{emin}} \quad A.N \quad m = 0,5$$

Pour avoir une bonne modulation il faut que $m < 1$

I.2.4. le signal de sortie est de la forme

$$v_e(t) = V_{0p} \cdot \cos(2\pi \cdot f_p t) + \frac{m \cdot V_{0p}}{2} \left(\cos 2\pi \cdot (f_p - f_m)t + \cos 2\pi \cdot (f_p + f_m)t \right)$$

le spectre est :



I.2.5. La puissance totale est $P_t = \frac{1}{2}(V_{0p}^2 + (\frac{m \cdot V_{0p}}{2})^2 + (\frac{m \cdot V_{0p}}{2})^2) = P + \frac{m^2}{2}P$

$$P_t = 2(1 + \frac{m^2}{2}) = 2,25 MW$$

I.2.6. Pour qu'il n'y a pas chevauchement des spectres il faut que $f_{p2} - f_{max} \geq f_{p1} + f_{max}$ soit $f_{p2} - f_{p1} \geq 2f_{max}$ ave f_{max} la fréquence maximale du spectre de l'onde sonore donc

$$\Delta f_{pmin} = 2f_{max}$$

I.2.7. Lorsque la diode est passante $v_D = 0$ loi des mailles $v_e = v_s * v_D = v_s$

I.2.8. Loi des noeuds donne $i = i_R + i_C = \frac{v_e}{R} + C \frac{dv_s}{dt}$ en notation complexe :

$$\underline{i} = I_0 \exp j(\omega_p t + \varphi) = \frac{v_e}{R} + jC\omega_p v_e = (\frac{1 + jRC\omega_p}{R})v_e$$

soit

$$I_0 = \frac{V_{0e}}{R} \sqrt{1 + (R^2 C^2 \omega_p^2)} \quad \varphi = \arctan(RC\omega_p)$$

I.2.9. $i(t)$ s'annule pour la première fois pour $\omega_p t_0 + \varphi = \frac{\pi}{2}$ ce qui donne

$$t_0 = \frac{\frac{\pi}{2} - \varphi}{\omega_p}$$

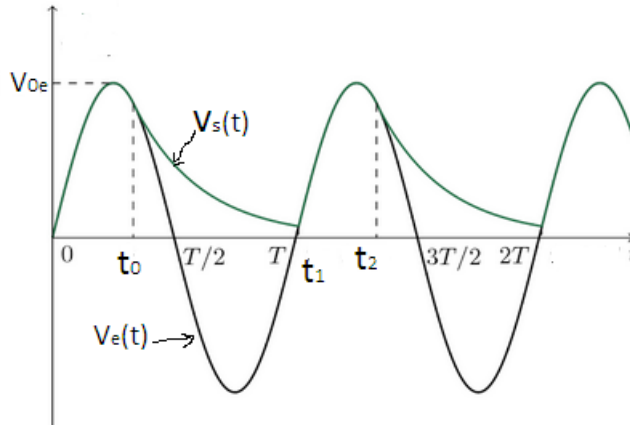
pour $t > t_0$ la diode est bloquée

I.2.10. $\frac{dv_s}{dt} + \frac{1}{RC}v_s = 0$

I.2.11. La solution est de la forme $v_s(t) = A \exp(-\frac{t}{RC})$ Pour déterminer A on utilise la continuité de la tension aux bornes du condensateur à $t = t_0$ $v_s(t_0^-) = v_e(t_0^-) = V_{op} \cos(\omega_p t_0)$ ce qui donne $A = V_{op} \cos(\omega_p t_0)$ soit

$$v_s(t) = V_{op} \cos(\omega_p t_0) \exp(-\frac{t - t_0}{RC}) = V_{op} \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi) \exp(-\frac{t - t_0}{RC}) = V_{op} \sin(\varphi) \exp(-\frac{t - t_0}{RC})$$

I.2.12. la diode est passante tant que $\cos(\omega_p t + \varphi) > 0$ soit donc pour $0 < t < t_0$ et $t_1 < t < t_2$ voir figure suivante :



I.2.13. Pour récupérer le signal informatif il faut que $T_p \ll \tau = RC < T_m$

I.2.14. Le signal récupéré a une composante continue pour l'éliminer on utilise un filtre passe-haut un exemple est le filtre RC dont la sortie est aux bornes de la résistance R.

I.3. I.3.1. $v(t) = v_2 - v_1 = k(v_p(t)v_m(t) - v_{pd}(t)v_{md}(t))$ ce qui donne $v(t) = kV_{0p}V_{0m}(\cos(2\pi f_m \cdot t) \cos(2\pi f_p \cdot t) - \cos(2\pi f_m \cdot t - \frac{\pi}{2}) \cos(2\pi f_p \cdot t - \frac{\pi}{2}))$ soit

$$v(t) = kV_{0p}V_{0m} \cos(2\pi(f_p + f_m) \cdot t)$$

I.3.2. On trouve

$$v(t) = kV_{0p}V_{0m} \cos(2\pi(f_p - f_m) \cdot t)$$

I.3.3. A.O idéal donc $i^+ = i^- = 0$. diviseur de tension donne $\underline{v}^+ = \frac{1}{1+jRC\omega} \cdot \underline{v}_e$

et Millman donne $\underline{v}^- = \frac{\frac{v_e}{R} + \frac{v_s}{R'}}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}}$ A.O idéal donc $v^+ = v^-$ soit finalement

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$

la fonction de transfert est de module unité et l'argument est $\varphi = -2 \arctan(RC\omega)$: le filtre est un déphaseur.

1.4. Étude d'un haut parleur

1.4.1. $d\vec{F}_l = id\vec{\ell} \wedge \vec{B} = id\ell \vec{u}_\theta \wedge B\vec{u}_r = -iBd\ell \vec{u}_x$, on intègre sur N spire de rayon a, la longueur totale est $L = N2\pi a$ soit

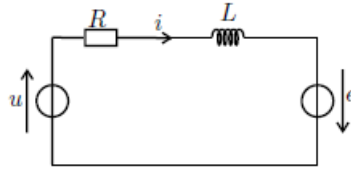
$$\vec{F}_L = -iBN \cdot 2a\pi \vec{u}_x$$

1.4.2. T.R.C. appliqué à l'équipage mobile dans R galiléen $m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_r + \vec{F}_L + \vec{F}_f + \vec{R} + \vec{P}$
Projection sur \vec{u}_x donne l'équation mécanique (M)

$$m\dot{x} = -kx - h\dot{x} - iBN2\pi \cdot a \quad (M)$$

1.4.3. Le mouvement d'un circuit dans \vec{B} stationnaire est siège de phénomène d'induction : une f.e.m induite apparait dans la bobine. Le champ électromoteur d'induction $\vec{E}_i(M, t) = \vec{v}_e \wedge \vec{B} = \dot{x}B\vec{u}_\theta$
la f.e.m induite :

$$e = \int \vec{E}_i(M, t) \cdot d\vec{\ell} = 2\pi a \cdot N \cdot B \dot{x} = 2\pi a \cdot N \cdot B \cdot v(t)$$



1.4.4. Le schéma électrique équivalent :

loi des mailles $u = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} - e$ soit

$$u = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} - 2\pi a.N.Bv(t) \quad (E)$$

1.4.5. En notation complexe $m \frac{dv(t)}{dt} + k \int v(t)dt + hv(t) = -B.N.2\pi a \underline{i}(t)$ ce qui donne

$$(mj\omega + \frac{k}{j\omega} + h)\underline{v}(t) = -B.N.2\pi a \underline{i}(t) \quad (M')$$

$$\underline{u}(t) = R\underline{i}(t) + jL\omega \underline{i}(t) - 2\pi a.N.B\underline{v}(t) \quad (E')$$

1.4.6. De (M') on tire $\underline{v}(t)$ et on remplace dans (E') on trouve :

$$\underline{u}(t) = \left(R + jL\omega + \frac{(2\pi a.N.B)^2}{h + mj\omega + \frac{k}{j\omega}} \right) \underline{i}(t)$$

L'impédance du circuit est

$$\underline{Z} = \frac{u}{i} = R + jL\omega + \frac{(2\pi a.N.B)^2}{h + mj\omega + \frac{k}{j\omega}}$$

II : 2ème Partie : Transferts d'informations sous forme numérique

II.1. Caractéristiques mécaniques

II.1.1. $dS = r.dr.d\theta$ on intègre entre R_1 et R_2 pour r et 0 à 2π on trouve :

$$S = \pi(R_2^2 - R_1^2)$$

II.1.2. La spirale est un rectangle de longueur L est de largeur a et de surface S donc $S = aL$ ce qui donne

$$L = \frac{S}{a} = \pi \frac{R_2^2 - R_1^2}{a}$$

II.1.3. $\tau = \frac{L}{v_0}$

$$\tau = \pi \frac{R_2^2 - R_1^2}{av_0} \quad A.N \quad \tau = 73min28s$$

II.1.4. $dL = \sqrt{dr^2 + (rd\theta)^2} = d\theta \sqrt{r^2 + (\frac{dr}{d\theta})^2}$ soit

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \sqrt{r^2 + \frac{a^2}{4\pi^2}} \Rightarrow \Omega = \frac{v_0}{\sqrt{r^2 + \frac{a^2}{4\pi^2}}}$$

La valeur maximale correspond à $r = R_1$ soit donc

$$\Omega_{max} = \frac{v_0}{\sqrt{R_1^2 + \frac{a^2}{4\pi^2}}} \quad A.N \quad \Omega_{max} = 49rad.s^{-1}$$

II.1.5. $L = N.l_{oc}$ donc $l_{oc} = \frac{L}{N} = \frac{v_0\tau}{N}$

$$l_b = \frac{l_{oc}}{8} = \frac{v_0\tau}{8N} \quad A.N \quad l_b = 1\mu m$$

II.2. Aspects optiques et lecture de l'information

II.2.1. La différence de marche est $\delta = n_p(2h)$ les interférences sont destructives

$$\delta = (k + \frac{1}{2})\lambda_0 \text{ et } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\delta = 2\pi(k + \frac{1}{2})$$

II.2.2.

$$2n_p h_{min} = \lambda_0 \Rightarrow h_{min} = \frac{\lambda_0}{2n_p} \quad A.N \quad h_{min} = 126nm$$

II.2.2.1. la longueur d'onde $\lambda_{DVD} = 650nm$ se situe dans l'infra-rouge!!

II.2.2.2. $\eta = \frac{N_{DVD}}{N_{CD}} = \frac{\frac{L'}{l'_{oc}}}{\frac{L}{l_{oc}}}$ comme $L = \pi \frac{R_2^2 - R_1^2}{a}$ on trouve donc

$$\eta = \frac{l_{oc} \cdot a_{CD}}{l'_{oc} \cdot a_{DVD}} \quad A.N \quad \eta \approx 4,6$$

II.3. Convertisseurs analogiques numérique

II.3.1. L'échantillonnage d'un signal analogique consiste à prendre des valeurs de ce signal à des instants donnés discrets régulièrement espacés de T_e

le critre de Nyquist-Shannon est vérifié car $f_2 > 2f_{max} = 2 \times 20 = 40kHz$

donc la valeur de f_e choisie correspond ainsi à un échantillonnage sans perte d'information.

II.3.2. le quantum est

$$q = \frac{V_{max} - V_{min}}{2^N - 1} = 0,15mV$$

II.3.3. CAN

II.3.4. il s'agit d'un sommateur inverseur et par le théorème de superposition on trouve

$$U_s = -U_{ref} \left(\frac{a_3}{2} + \frac{a_2}{4} + \frac{a_1}{8} + \frac{a_0}{16} \right)$$

II.3.5. le quantum est

$$q = \frac{U_{smax} - U_{smin}}{2^4 - 1} \quad A.N \quad q = \frac{6 - 0,75}{15} = 0,35V$$

II.3.6. Pour U_s proche de 5V il faut que : $a_3a_2a_1a_0 = 0110$