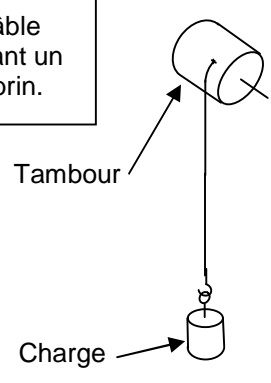


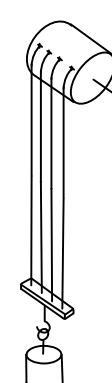
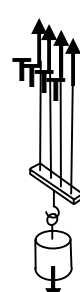
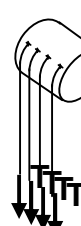
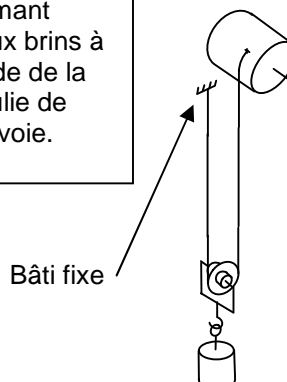
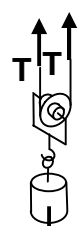

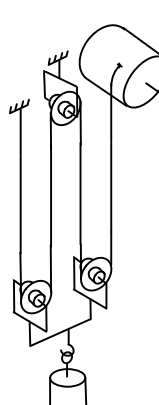
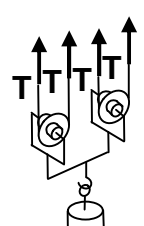
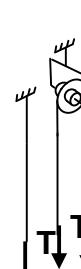


**A- Etude du mouflage du câble :** Question A1 :

Type de mouflage	Après coupure au niveau des brins		Expressions finales de T et $C_t$ en fonction des données
	Equilibre de la partie inférieure (brièvement)	Equilibre de la partie supérieure (brièvement)	
<p>Un câble formant un seul brin.</p>  <p>Tambour</p> <p>Charge</p>	$T = P$ 	 $C_t = T.R_t$	$T = P$ $C_t = P.R_t$
<p>Quatre câbles formant quatre brins accrochés tous sur le tambour.</p> 	$4T = P$ 	 $C_t = 4T.R_t$	$T = P/4$ $C_t = P.R_t$
<p>Un câble formant deux brins à l'aide de la poulie de renvoie.</p>  <p>Bâti fixe</p>	$2T = P$ 	 $C_t = T.R_t$	$T = P/2$ $C_t = (P/2).R_t$
<p>Un câble formant quatre brins à l'aide des poulies de renvoie.</p> 	$4T = P$ 	 $C_t = T.R_t$	$T = P/4$ $C_t = (P/4).R_t$

**Question A2 :** C'est le cas N°4 qui répond à cet objectif car il rend en même temps la tension du câble minimale et le couple à appliquer sur le tambour minimal.

**Question A3 :**

Etat de départ	Etat après rotation du tambour de l'angle $\theta_t$
$AB = 2d_1 + \pi R_p$	$AB = 2d_2 + \pi R_p + R_t \theta_t$
avec $d_1 = d_2 + x$	
donc $x = \frac{R_t \theta_t}{2}$ et par dérivée $\dot{x} = v = \frac{R_t \dot{\theta}_t}{2} = \frac{R_t \omega_t}{2}$	

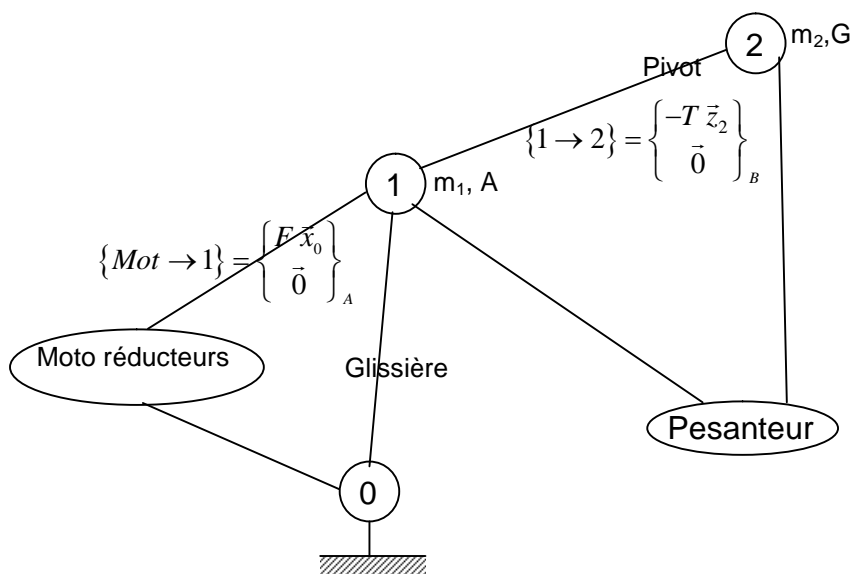
**Question A4 :** de même :

Etat de départ	Etat après rotation du tambour de l'angle $\theta_t$
$AB = 4d_1 + 3\pi R_p$	$AB = 4d_2 + 3\pi R_p + R_t \theta_t$
avec $d_1 = d_2 + x$	
donc $x = \frac{R_t \theta_t}{4}$ et par dérivée $\dot{x} = v = \frac{R_t \dot{\theta}_t}{4} = \frac{R_t \omega_t}{4}$	

**Question A5 :** La longueur du câble à enrouler sur le tambour pour déplacer le crochet de  $x=9m$  est :  
 $R_t \theta_t = 4x = 36m$ .

**B- Étude du balancement de la charge :**

**Question B1 :** Graphe d'analyse dynamique :



**Question B2** : PFD appliqué à (1) :

$$\{pes \rightarrow 1\} + \{Mot \rightarrow 1\} + \{0 \rightarrow 1\} + \{2 \rightarrow 1\} = \begin{Bmatrix} m_1 \vec{\gamma}(A/R0) \\ \vec{\delta}(1/R0) \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} m_1 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} F \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} 0 \rightarrow 1 \\ \text{Glissière d'axe} \\ (O, \vec{x}_0) \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} T \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} m_1 \vec{\gamma}(A/R0) \\ \vec{\delta}(1/R0) \end{Bmatrix} \text{ avec } \vec{\gamma}(A/R0) = \ddot{x} \vec{x}_0$$

$$\vec{x}_0 TRD \Rightarrow \boxed{F + T \sin \theta = m_1 \ddot{x}} \quad (Equ1)$$

**Question B3** : PFD appliqué à (2) :

$$\{pes \rightarrow 2\} + \{1 \rightarrow 2\} = \begin{Bmatrix} m_2 \vec{\gamma}(G/R0) \\ \vec{\delta}(2/R0) \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} m_2 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G + \begin{Bmatrix} -T \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} m_2 \vec{\gamma}(G/R0) \\ \vec{\delta}_G(2/R0) \end{Bmatrix}_G$$

avec  $\vec{V}(G/R_0) = \dot{x} \vec{x}_0 + L \dot{\theta} \vec{x}_2$  et  $\vec{\gamma}(G/R_0) = \ddot{x} \vec{x}_0 + L \ddot{\theta} \vec{x}_2 - L \dot{\theta}^2 \vec{z}_2$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} m_2 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G + \begin{Bmatrix} -T \vec{z}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} m_2 (\ddot{x} \vec{x}_0 + L \ddot{\theta} \vec{x}_2 - L \dot{\theta}^2 \vec{z}_2) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$$

$$\vec{x}_2 TRD \Rightarrow \boxed{-m_2 g \sin \theta = m_2 \ddot{x} \cos \theta + m_2 L \ddot{\theta}} \quad (Equ2)$$

$$\vec{z}_2 TRD \Rightarrow \boxed{m_2 g \cos \theta - T = m_2 \ddot{x} \sin \theta - m_2 L \dot{\theta}^2} \quad (Equ3)$$

**Question B4** : D'où :

$$\boxed{m_2 L \ddot{\theta} + m_2 g \sin \theta = -m_2 \ddot{x} \cos \theta}$$

$$\boxed{T = m_2 g \cos \theta + m_2 L \dot{\theta}^2 - m_2 \ddot{x} \sin \theta}$$

$$F = m_1 \ddot{x} - T \sin \theta$$

$$F = m_1 \ddot{x} - \underline{m_2 g \sin \theta} \cos \theta - m_2 L \dot{\theta}^2 \sin \theta + m_2 \ddot{x} \sin^2 \theta$$

on remplace  $m_2 g \sin \theta$  :

$$\boxed{F = (m_1 + m_2) \ddot{x} + m_2 L \ddot{\theta} \cos \theta - m_2 L \dot{\theta}^2 \sin \theta}$$

**Question B5** : Dans le cas de faibles déviations ( $\theta$  et  $\dot{\theta}$  très faibles)

$$\boxed{L \ddot{\theta} + g \theta = -\ddot{x}}$$

$$\boxed{T = m_2 g - m_2 \ddot{x} \theta}$$

$$\boxed{F = (m_1 + m_2) \ddot{x} + m_2 L \ddot{\theta}}$$

**Question B6** : \* Déviation maximale :

$$|\theta_{\max i}| = 2 \frac{\gamma_{\max i}}{g} = \frac{10^\circ \cdot \pi}{180}$$

$$\Rightarrow \gamma_{\max i} = 0,856 \text{ m/s}^2$$

\* Surtension relativement à l'état initial :

$$2m_2 \frac{\gamma^2}{g} = 1867,3 \text{ N}$$

sachant que  $T(t=0) = m_2 g = 122625 \text{ N}$

**Question B7 :**

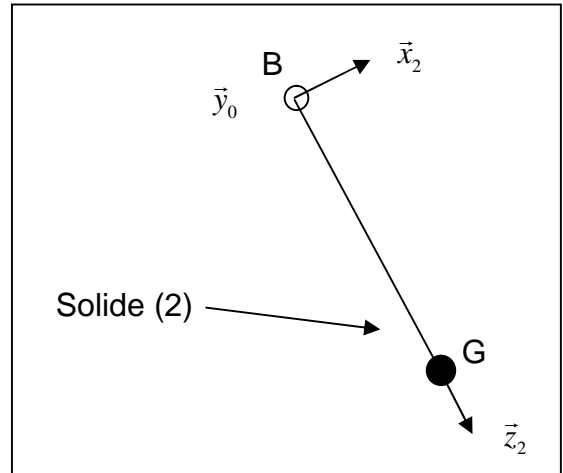
\* La masse de (2) étant supposée concentrée en G, il devient donc un solide ponctuel en G. Et puisque dans la matrice d'inertie on trouve la masse du solide et les carrés de ses dimensions, donc  $\bar{I}(G, 2) = \bar{0}$  (matrice nulle).

\* Quand à la matrice d'inertie de (2) en B elle s'obtient par :

$$\overrightarrow{BG} = L\vec{z}_2 = \begin{pmatrix} x=0 \\ y=0 \\ z=L \end{pmatrix}_{(\bar{x}_2, \bar{y}_0, \bar{z}_2)}$$

$$\bar{I}(B, 2) = \begin{bmatrix} m_2(y^2 + z^2) & -m_2xy & -m_2xz \\ -m_2xy & m_2(x^2 + z^2) & -m_2yz \\ -m_2xz & -m_2yz & m_2(x^2 + y^2) \end{bmatrix}_{(\bar{x}_2, \bar{y}_0, \bar{z}_2)}$$

$$\bar{I}(B, 2) = \begin{bmatrix} m_2L^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2L^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\bar{x}_2, \bar{y}_0, \bar{z}_2)}$$



**Question B8 :**

$$E_c(1/0) = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2$$

$$E_c(2/0) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta} \vec{y}_0 \\ \dot{x} \vec{x}_0 + L \dot{\theta} \vec{x}_2 \end{matrix} \right\}_G \left\{ \begin{matrix} m_2(\dot{x} \vec{x}_0 + L \dot{\theta} \vec{x}_2) \\ \vec{\sigma}(G, 2/0) = \vec{0} \end{matrix} \right\}_G$$

$$= \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}^2 + L^2 \dot{\theta}^2 + 2 \dot{x} L \dot{\theta} \cos \theta)$$

**Question B9 :**

$$E_c((1, 2)/0) = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_2 (L^2 \dot{\theta}^2 + 2 \dot{x} L \dot{\theta} \cos \theta)$$

**Question B10 :**

$$P(pes \rightarrow 1/0) = \left\{ \begin{matrix} m_1 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \dot{x} \vec{x}_0 \end{matrix} \right\}_A = 0$$

$$P(pes \rightarrow 2/0) = \left\{ \begin{matrix} m_2 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_G \left\{ \begin{matrix} \dot{\theta} \vec{y}_0 \\ \dot{x} \vec{x}_0 + L \dot{\theta} \vec{x}_2 \end{matrix} \right\}_A = -m_2 g L \dot{\theta} \sin \theta$$

**Question B11 :**  $\dot{\theta}$  très faible  $\Rightarrow$

$$E_c((1, 2)/0) \approx \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}^2$$

$$P(pes \rightarrow (1, 2)/0) \approx 0$$

$$\text{Th de l'énergie cinétique} \Rightarrow \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}^2 \right) = P_m + P(pes \rightarrow (1, 2)/0) + P(\text{Liaisons})$$

$$\Rightarrow \boxed{(m_1 + m_2) \dot{x} \ddot{x} = P_m}$$

$$\Rightarrow P_m = (12500 + 4500) \left( \frac{40m}{60s} \right) (0,85)$$

$$\Rightarrow P_m = 9633,3 \quad W = \boxed{9,63 \text{ kW}} \quad (\text{pour les deux moto-réducteurs de translation, soit 4,8 kW pour chacun})$$

### C- Etude du frein à mâchoire :

#### Question C1 :

$$\begin{aligned}\overline{Cf}(\text{une mâchoire}) &= \iint \overline{OM} \wedge d\vec{f} \\ &= \iint R\vec{u} \wedge (-dN\vec{u} - f.dN\vec{v}) \\ &= R.f.(-\vec{z}) \iint (p_{\max} \cos \alpha)(b.Rd\alpha) \\ &= (-\vec{z})p_{\max}.b.R^2.f \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \cos \alpha d\alpha \\ \boxed{Cf(\text{une mâchoire})} &= \boxed{2p_{\max}.b.R^2.f.\sin \alpha_0} \\ \Rightarrow \boxed{Cf(\text{deux mâchoires})} &= \boxed{4p_{\max}.b.R^2.f.\sin \alpha_0}\end{aligned}$$

#### Question C2 : L'effort résultant appliqué par une seule mâchoire est :

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \iint d\vec{f} \\ &= \iint (-dN\vec{u} - f.dN\vec{v}) \quad \text{avec} \quad \underline{dN = p(\alpha)dS = p(\alpha).R.b.d\alpha = (p_{\max} \cos \alpha).R.b.d\alpha} \\ &= \iint (-R.b.p_{\max} \cos \alpha d\alpha)(\vec{u} + f\vec{v}) \quad \text{avec} \quad \underline{\vec{u} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{pmatrix} \text{ dans } (\vec{x}, \vec{y})} \\ &= -R.b.p_{\max} \left[ \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha \end{pmatrix} d\alpha + f \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \begin{pmatrix} -\sin \alpha \cos \alpha \\ \cos^2 \alpha \end{pmatrix} d\alpha \right] \\ &= -R.b.p_{\max} \left[ \begin{pmatrix} \frac{(2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)}{2} \\ 0 \end{pmatrix} + f \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{(2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)}{2} \end{pmatrix} \right] \\ &= -R.b.p_{\max} \begin{pmatrix} \frac{(2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)}{2} \\ f(2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0) \\ \frac{(2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F_x \\ -f F_x \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{F_x = R.b.p_{\max} \frac{(2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)}{2}}$$

#### Question C3 :

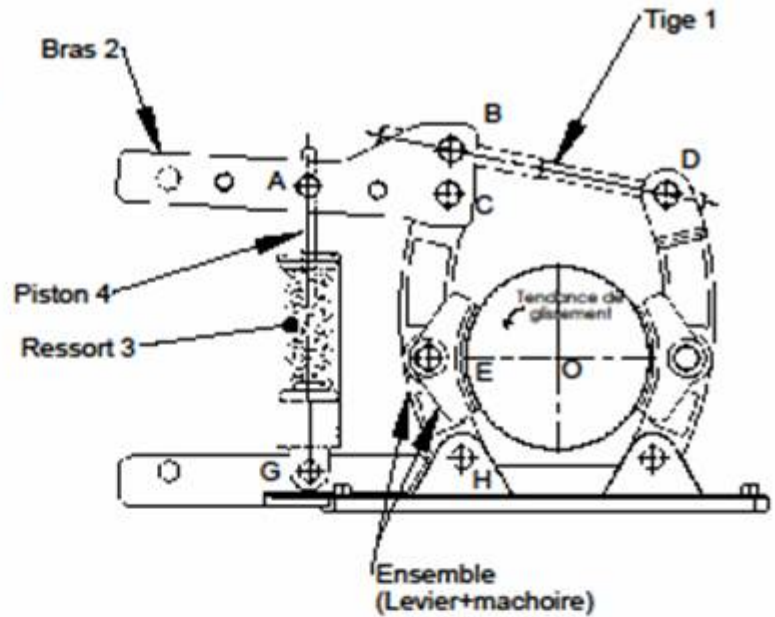
$$\text{D'où} \quad \boxed{Cf(\text{deux mâchoires}) = 8.R.f. \frac{\sin \alpha_0}{(2\alpha_0 + \sin 2\alpha_0)} F_x}$$

#### Question C4 : (voir document réponse 2/2)

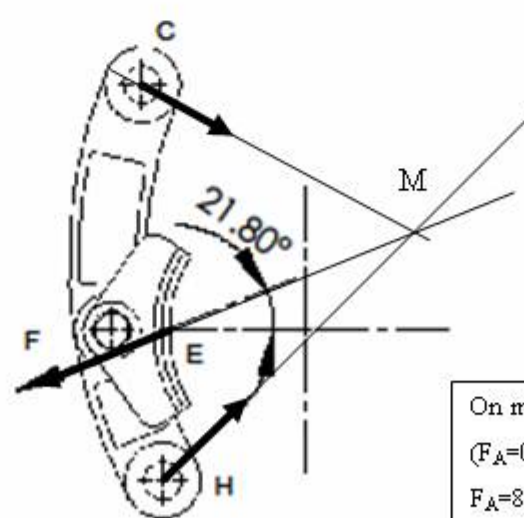
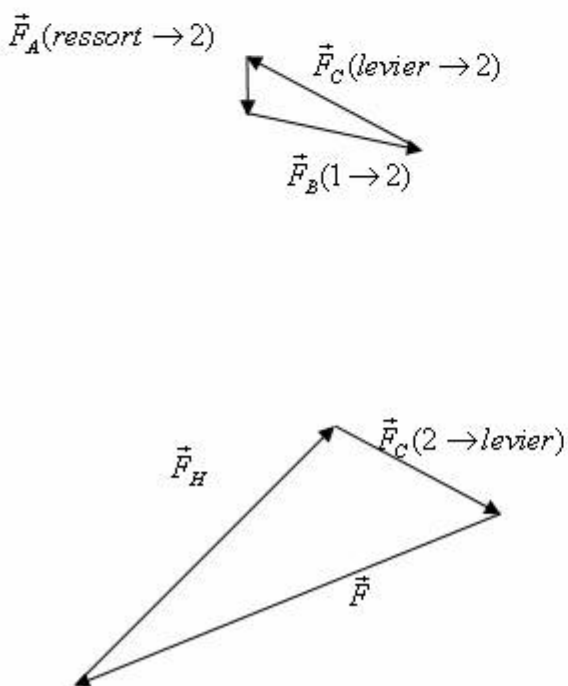
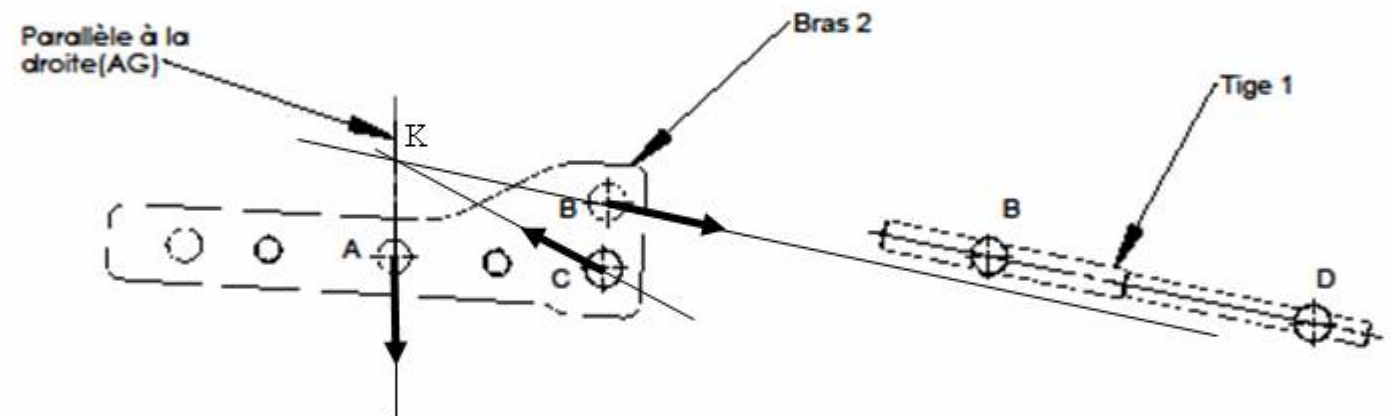
- L'équilibre de la tige (1) permet de conclure que les actions  $F_B$  et  $F_D$  sont de direction la droite (BD).
- Ce résultat est à utiliser dans l'équilibre du bras (2). (2) est en équilibre sous l'effet de trois actions  $F_A$ ,  $F_B$  et  $F_C$ , elles sont donc concourantes au même point K.
- La droite (CK) est donc la direction de l'action  $F_C$ .
- Ce résultat est à utiliser dans l'équilibre du levier. Il est en équilibre sous l'effet de trois actions  $F_C$ ,  $F$  et  $F_H$ , elles sont donc concourantes au même point M.
- Tracer le polygone des forces à partir de l'équilibre du levier puisque le module de  $F$  est connu, puis le polygone des forces à partir de l'équilibre du bras (2).
- on trouve donc l'effort appliqué par le ressort  **$F_A = 800 \text{ N}$** .

**Principe:** Le ressort (3) exerce sur le bras (2) un effort de direction (AG) à travers le piston (4). Cet effort permet de créer l'effort presseur F en E et par conséquent le couple de freinage.

- Les poids des pièces sont négligés.
- L'action F du plateau sur la mâchoire est représentée ci-dessous; elle est appliquée en E et inclinée par rapport à l'horizontale de l'angle de frottement :  $\text{tg}(21,80^\circ) = f = 0,4$
- Son module est  $F = 6087,8 \text{ N}$
- L'action du ressort (3) sur le bras (2) est de direction (AG), dirigée de A vers G.
- Les liaisons aux points A, B, C, D et H sont des pivots parfaites



Echelle des efforts:  
1000 N ——— 1cm



On mesure :  
( $F_A = 0,8 \text{ cm}$ ) donc  
 $F_A = 800 \text{ N}$  pour  
générer  $F = 6087,8 \text{ N}$

## D- Etude de la résistance des axes des galets :

**Question D1 :** PFS appliqué au corps du pont roulant :

$$\left\{ \begin{array}{c} F_A \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A + \left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B + \left\{ \begin{array}{c} F_C \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C + \left\{ \begin{array}{c} F_D \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D + \left\{ \begin{array}{c} -P_1 \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G + \left\{ \begin{array}{c} -P_2 \vec{z} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$$\vec{M}_A = -LF_B \vec{y}$$

$$\vec{M}_A = -LF_C \vec{y} + 2aF_C \vec{x}$$

$$\vec{M}_A = 2aF_D \vec{x}$$

$$\vec{M}_A = \frac{L}{2} P_1 \vec{y} - aP_1 \vec{x}$$

$$\vec{M}_A = XP_2 \vec{y} - aP_2 \vec{x}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_A + F_B + F_C + F_D = P_1 + P_2 \\ 2aF_C + 2aF_D - aP_1 - aP_2 = 0 \quad \text{avec} \quad F_A = F_D \quad \text{et} \quad F_B = F_C \\ -LF_B - LF_C + \frac{L}{2} P_1 + XP_2 = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow F_B = F_C = \frac{1}{2} \left( \frac{P_1}{2} + \frac{X}{L} P_2 \right) = \boxed{\frac{P_1}{4} + \frac{X}{2L} P_2}$$

$$\text{et} \quad F_A = F_D = \frac{1}{2} \left( (P_1 + P_2) - \left( \frac{P_1}{2} + \frac{X}{L} P_2 \right) \right) = \frac{P_1}{4} + \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{X}{L} \right) P_2 = \boxed{\frac{P_1}{4} + \frac{(L-X)}{2L} P_2}$$

**Question D2 :**

Pour dimensionner les diamètres des axes des galets on doit évaluer l'effort maximal qu'ils supportent en cisaillement.

$F_B$  et  $F_C$  ont le même maximum :  $\frac{P_1}{4} + \frac{P_2}{2}$  pour  $X=L$ .

De même  $F_D$  et  $F_A$  ont le même maximum :  $\frac{P_1}{4} + \frac{P_2}{2}$  pour  $X=0$ .

$$\text{Donc } F_{A(\text{maxi})} = F_{B(\text{maxi})} = F_{C(\text{maxi})} = F_{D(\text{maxi})} = \frac{2700 \times 9,81}{4} + \frac{(12500 + 1800) \times 9,81}{2} = \boxed{76763,25 \text{ N}}$$

**Condition de résistance des axes des galets en cisaillement :**

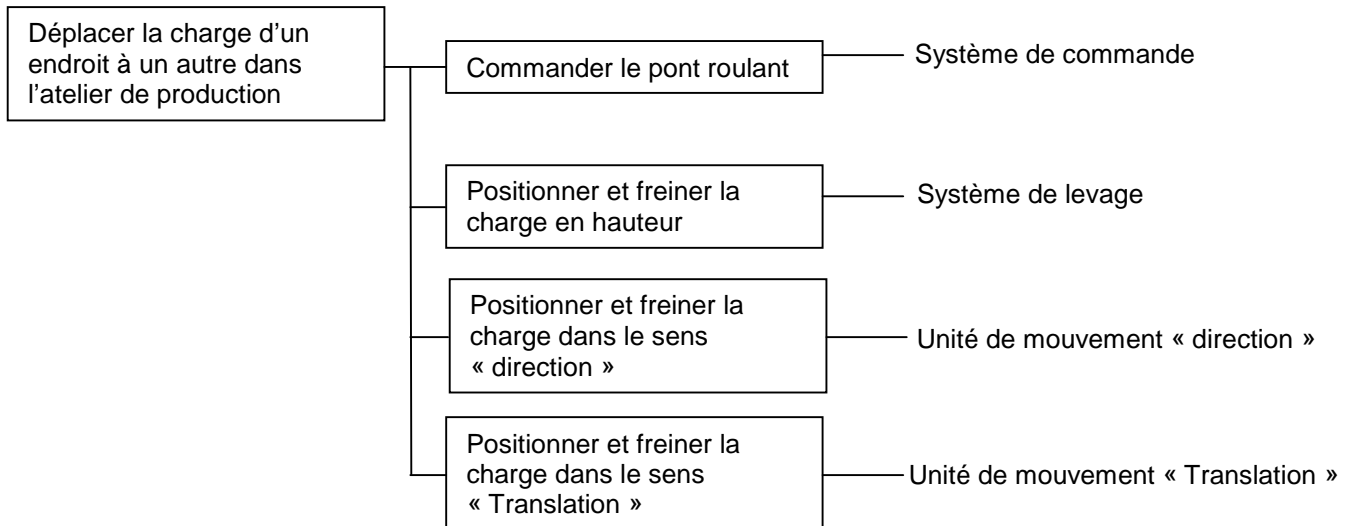
$$\tau(\text{max } i) = \frac{F_i(\text{maxi})}{2 \left( \frac{\pi d^2}{4} \right)} \leq \frac{\tau_e}{s} \quad (\text{on a, pour chaque axe, deux sections cisillées})$$

$$\Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{2 \times F_i(\text{maxi}) \times s}{\pi \times \tau_e}} \quad \Rightarrow \boxed{d \geq 22,10 \text{ mm}}$$

**E- Description fonctionnelle:**

**Question E1 : Diagramme FAST du pont roulant dont les constituants sont :**

- le système de commande
- le système de levage
- l'unité de mouvement « Direction »
- l'unité de mouvement « Translation »



**Question E2 : Diagramme FAST du système de levage dont les constituants sont :**

- le moteur de levage,
- le réducteur à engrenages,
- le tambour
- l'ensemble (câble (type de mouflage) + crochet + poulies de renvoie),
- le frein à mâchoires.

