

P 3

Oscillateurs

3.1

Compétences du chapitre

Notions et contenus	Capacités exigibles
Oscillateur quasi-sinusoïdal.	<ul style="list-style-type: none"> • Exprimer les conditions théoriques (gain et fréquence) d'auto-oscillation sinusoïdale d'un système linéaire bouclé. • Analyser sur l'équation différentielle, l'inégalité que doit vérifier le gain de l'amplificateur afin d'assurer le démarrage des oscillations. • Interpréter le rôle des non linéarités dans la stabilisation de l'amplitude des oscillations. • <i>Réaliser un oscillateur quasi-sinusoïdal et mettre en évidence la distorsion harmonique des signaux par une analyse spectrale.</i>
Oscillateur à relaxation associant un intégrateur et un comparateur à hystérésis.	<ul style="list-style-type: none"> • Décrire les différentes séquences de fonctionnement. • Exprimer les conditions de basculement. • Établir la fréquence d'oscillation.
Générateur de signaux non sinusoïdaux.	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Réaliser un oscillateur à relaxation et effectuer l'analyse spectrale des signaux générés.</i>



— Oscillateur —

Un oscillateur est un générateur de signaux périodiques sinusoïdaux ou non.

La non-linéarité est une idée essentielle pour les oscillateurs : elle engendre des harmoniques et stabilise les oscillateurs.



— Exemple —

Soit un oscillateur mécanique (pendule, masse suspendue à un ressort, ...) ou électrique (circuit RLC, ...) en régime libre. Celui-ci obéit par exemple à l'équation :

$$m \ddot{x} + f \dot{x} + k x = 0$$

L'équation est non linéaire dès lors qu'un des facteurs m , f ou k est fonction de x .

3.2

Oscillateur quasi-sinusoïdal

Il est parfois intéressant d'avoir un système instable, c'est le cas dans les dispositifs oscillateurs.

3.2.1

Le principe

Un oscillateur est constitué d'un amplificateur et d'un filtre.

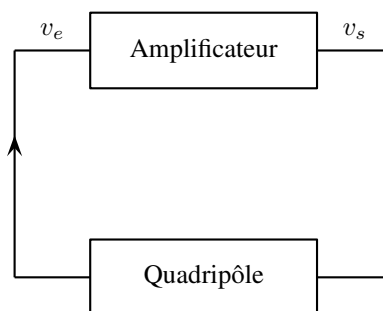


FIGURE 3.1 – Principe d'un oscillateur

3.2.2

Démarrage et entretien des oscillations

Le fonctionnement d'un oscillateur comporte deux phases successives :

- le démarrage des oscillations qui constitue un régime transitoire pendant lequel l'amplitude des oscillations croît,
- un régime permanent pendant lequel le signal de sortie est périodique. Durant cette phase, le signal n'est pas parfaitement sinusoïdal car des phénomènes de non-linéarité interviennent, par exemple la saturation d'un ALI.

Pour la suite, on s'intéressera à la première phase.

3.3 Oscillateur à pont de Wien

3.3.1 Le filtre de Wien

Considérons le filtre suivant dans lequel on applique un signal v_s à l'entrée et pour lequel on récupère v_e à la sortie. Cette configuration peu ordinaire tient au fait que la sortie du filtre est reliée à l'entrée de l'amplificateur et que la sortie de l'amplificateur est injectée à l'entrée du filtre.

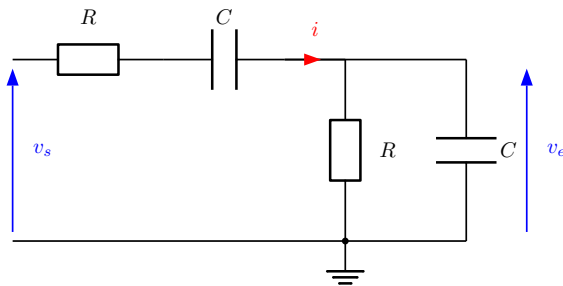


FIGURE 3.2 – Filtre de Wien

⇒ Activité 3.1

Exprimer la dérivée de v_s par rapport au temps en fonction de la tension v_e et de ses dérivées.

3.3.2 Système bouclé

Réalisons maintenant le branchement du filtre de Wien à un amplificateur non inverseur.

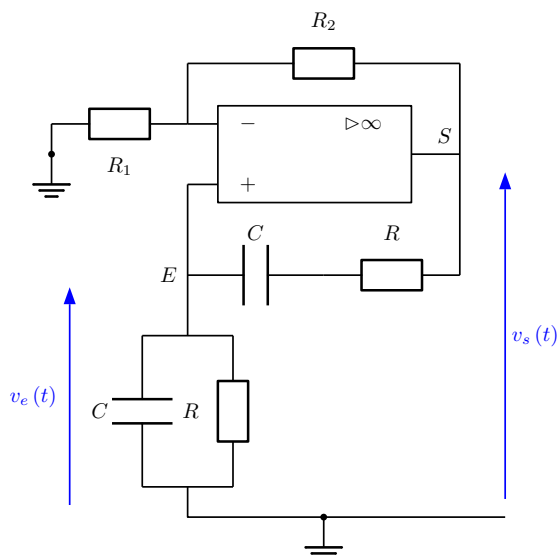


FIGURE 3.3 – Oscillateur à pont de Wien

L'amplificateur non inverseur, impose, en fonctionnement linéaire :

$$v_s = A v_e = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_e$$

Soit $v_e = \frac{v_s}{A}$ et :

$$\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{3 - A}{\tau} \frac{dv_s}{dt} + \frac{v_s}{\tau^2} = 0$$

Une valeur de 3 pour A permettrait d'obtenir un oscillateur harmonique. Une telle valeur est cependant risquée car la moindre dispersion énergétique dans le circuit entraînerait un amortissement du signal et donc, sa disparition.



— Stabilité d'un système —

- Lorsqu'un système obéit à une équation différentielle du deuxième ordre, il est stable si les 3 coefficients sont de même signe. Ainsi, sa solution ne diverge pas.
- Si un des coefficients est de signe différent, alors, la solution diverge : choisissons le terme d'ordre 2 est positif.
 - Si le terme d'ordre 1 est négatif, cela correspond à un frottement "négatif", donc une amplification du signal, ce que l'on souhaite ici.
 - Si le terme d'ordre 0 est négatif, la solution n'est pas oscillatoire (en sin et cos ou $\exp(i \dots)$ et $\exp(-i \dots)$) mais divergente (en ch et sh ou $\exp(+ \dots)$ et $\exp(- \dots)$).
 - Si les termes d'ordres 0 et 1 sont négatifs, les deux effets se combinent.

En pratique, on prend A légèrement supérieur à 3 de façon à obtenir une solution divergente.

Ceci revient à choisir $1 + \frac{R_2}{R_1} > 3$, soit $R_2 > 2R_1$.

Ainsi, le système est instable et les oscillations peuvent naître.

La fréquence des oscillations est donnée par $\omega_0^2 = \frac{1}{\tau^2}$, soit :

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

On voit ainsi que la fréquence des oscillations est fixée par le filtre de Wien :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

Application numérique : En prenant $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 10 \text{ nF}$, on trouve $f = 1,6 \text{ kHz}$.

⇒ **Activité 3.2**

Quelles seront les conséquences sur le signal de sortie v_s :

1. d'une augmentation de R_2 ?
2. d'une diminution de R ?

3.4

Oscillateur à résistance négative

3.4.1

Pourquoi une résistance négative ?

Soit le montage suivant :

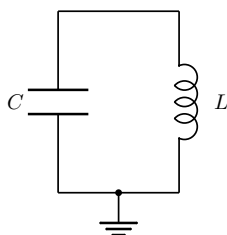
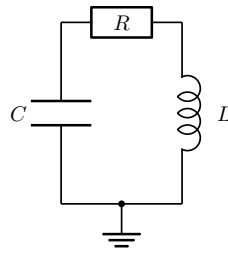


FIGURE 3.4 – Circuit LC

Si on monte en série une bobine et un condensateur, on doit obtenir en principe en régime libre, pour l'intensité, une équation du type :

La réponse à un échelon de tension devrait donc être des oscillations harmoniques (sinusoïdales).

Or, en pratique, il y a un amortissement, lié à la résistance du circuit, notamment dans la bobine : le circuit LC est en réalité un circuit RLC .

FIGURE 3.5 – Circuit RLC

Si on note R la résistance totale du système, l'équation précédente est remplacée par :



Pour obtenir des oscillations quasi-sinusoïdales, il faudrait annuler la résistance du circuit. Ceci est possible en insérant dans le circuit un dipôle simulant une résistance négative.

3.4.2 Réalisation

Ce dipôle est le suivant :

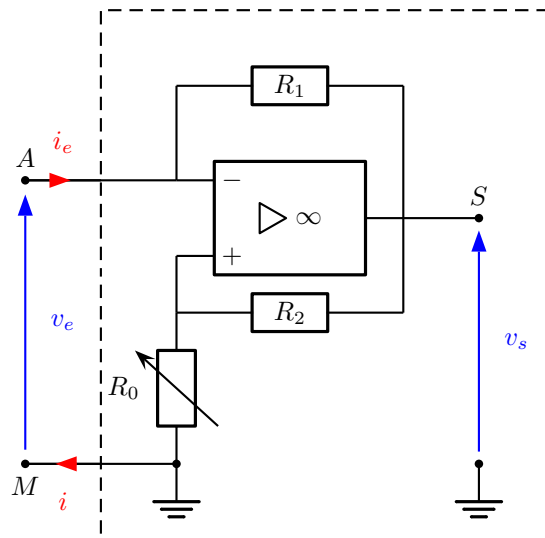


FIGURE 3.6 – Résistance négative

3.4.3 Étude théorique

3.4.3.1 Régime linéaire

Considérons l'amplificateur linéaire intégré idéal en régime linéaire.

$$\varepsilon = 0 = v_+ - v_-$$

Soit :

$$v_+ = v_- = v_e$$

Un pont diviseur de tension existe entre v_s et la masse, ce qui donne :

$$v_+ = v_s \frac{R_0}{R_0 + R_2}$$

De plus :

$$i_e = \frac{v_e - v_s}{R_1}$$

Soit :

$$v_e = R_1 i_e + v_s$$

On peut exprimer v_e par :

$$v_e = R_1 i_e + \frac{R_0 + R_2}{R_0} v_e$$

et finalement, en posant $R_N = R_0 \frac{R_1}{R_2}$:

$$v_e = -R_0 \frac{R_1}{R_2} i_e = -R_N i_e$$

Cette relation est satisfaite tant que $|v_s| < V_{\text{sat}}$, c'est-à-dire tant que :

3.4.3.2 Régime saturé

En régime saturé, $v_s = \pm V_{\text{sat}}$ et la relation $i_e = \frac{v_e - v_s}{R_1}$ donne :

$$v_e = R_1 i_e + v_s = R_1 i_e \pm V_{\text{sat}}$$

Comme on peut le voir avec cette dernière expression, l'ordonnée à l'origine de v_e vaut $\pm V_{\text{sat}}$.

En saturation haute ($v_s = +V_{\text{sat}}$), $\varepsilon > 0$ et $v_+ = \frac{R_0}{R_0 + R_2}$, ce qui implique $v_e < \frac{R_0}{R_0 + R_2} V_{\text{sat}}$.

Inversement, en saturation basse ($v_s = -V_{\text{sat}}$), $\varepsilon < 0$ et $v_+ = -\frac{R_0}{R_0 + R_2}$, ce qui implique $v_e > -\frac{R_0}{R_0 + R_2} V_{\text{sat}}$.

3.4.3.3 Caractéristique

On peut tracer la caractéristique courant - tension ou tension - courant du dipôle :

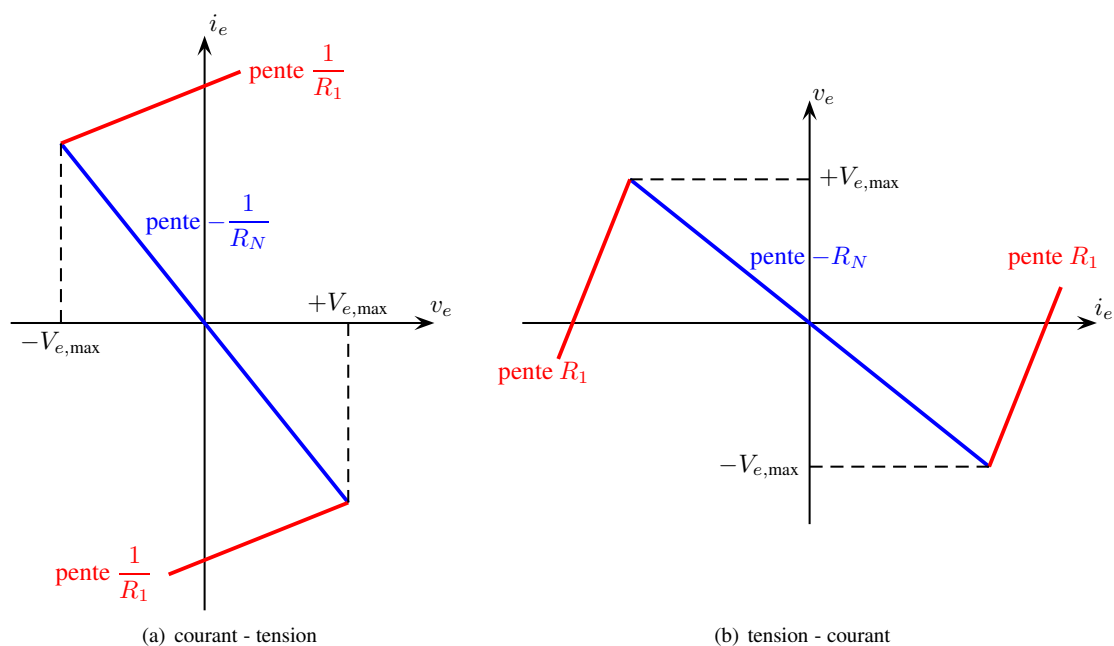


FIGURE 3.7 – Caractéristique de la résistance négative

3.4.3.4 Équation différentielle du circuit

On insère maintenant ce dipôle simulant une résistance négative dans le circuit RLC précédent. Suivant la tension que l'on désire observer, les dipôles ne seront pas placés dans le même ordre. On peut utiliser par exemple le montage suivant :

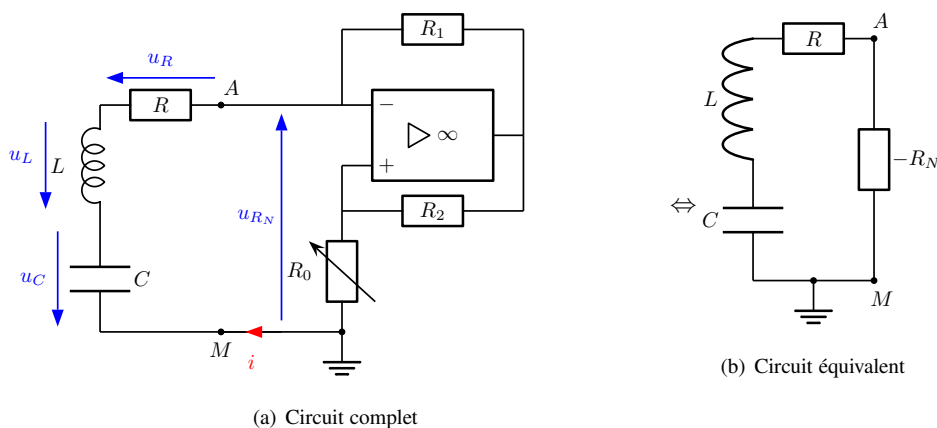


FIGURE 3.8 – Circuit avec résistance négative

On peut écrire pour ce circuit :

$$u_C + u_L + u_R + u_{R_N} = 0$$

Avec :

$$u_C = \frac{q}{C}$$

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

$$u_R = R i$$

$$u_{R_N} = -R_N i$$

Avec $i = \frac{dq}{dt}$, on a $i = C \frac{du_C}{dt}$ et :

$$u_C + L \frac{di}{dt} + (R - R_N) i = 0$$

soit :

$$\frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + (R - R_N) i = 0$$

ou encore, avec $i = \frac{dq}{dt}$, et en dérivant l'équation précédente :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R - R_N}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$$

En posant $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $2\lambda = \frac{R - R_N}{L} = \frac{\omega_0}{Q}$, on peut également l'écrire :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\lambda \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

3.4.4 Conditions d'oscillations et différents régimes

3.4.4.1 Démarrage

Le système est stable si les 3 termes de l'équation différentielle sont de même signe.

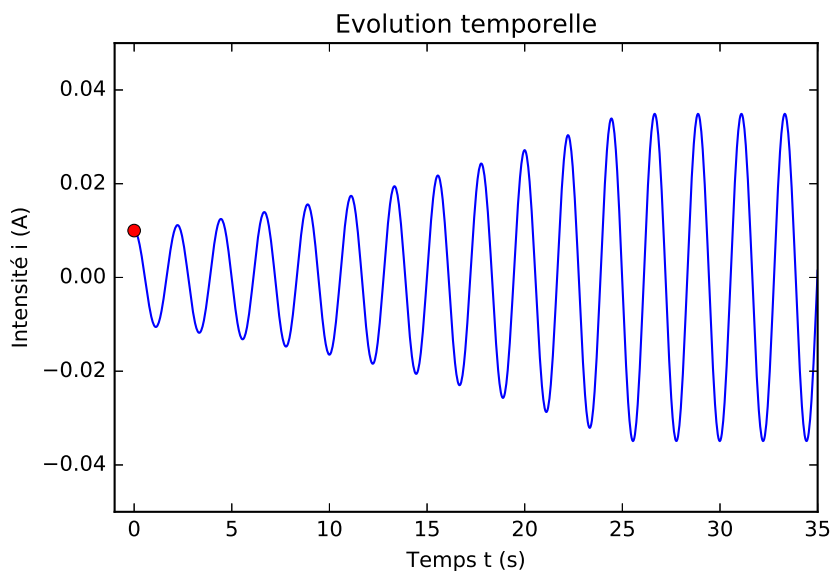
Pour qu'il y ait des oscillations, il faut donc que le terme du premier ordre soit négatif, soit $R_N > R$ (donc $\lambda < 0$) : c'est normal puisqu'il faut compenser la résistance totale du circuit.

Le démarrage a lieu grâce aux défauts de l'amplificateur linéaire intégré, par exemple la tension de décalage.

Le démarrage peut également avoir lieu grâce à de très petits mouvements aléatoires des électrons libres dans le métal constituant la résistance. Ces très petites oscillations d'électrons (dus à l'agitation thermique) existent dans tout conducteur.

Dans un premier temps, les oscillations sont sinusoïdales amplifiées puis, en raison de la présence de l'amplificateur opérationnel, quasi-sinusoïdales, de pulsation ω_0 .

On peut représenter le démarrage des oscillations de la façon suivante (merci *Python* !):



En régime établi, l'amplificateur est saturé et le régime est gouverné par une autre équation différentielle qui tient compte du fait que l'amplificateur linéaire intégré fonctionne en régime saturé :

$$\begin{aligned}v_e &= R_1 i_e + v_s \\ &= R_1 i_e \pm V_{\text{sat}} \\ u_{R_N} &= R_1 i \pm V_{\text{sat}}\end{aligned}$$

et :

$$u_C + L \frac{di}{dt} + (R + R_1) i = \mp V_{\text{sat}}$$

soit :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{(R + R_1)}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0$$

ou encore, avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $2\lambda' = \frac{R + R_1}{L} = \frac{\omega_0}{Q'}$:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 2\lambda' \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i = 0$$

On voit ainsi que dans les deux régimes, transitoire et établi, l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité i est linéaire à coefficients constants.

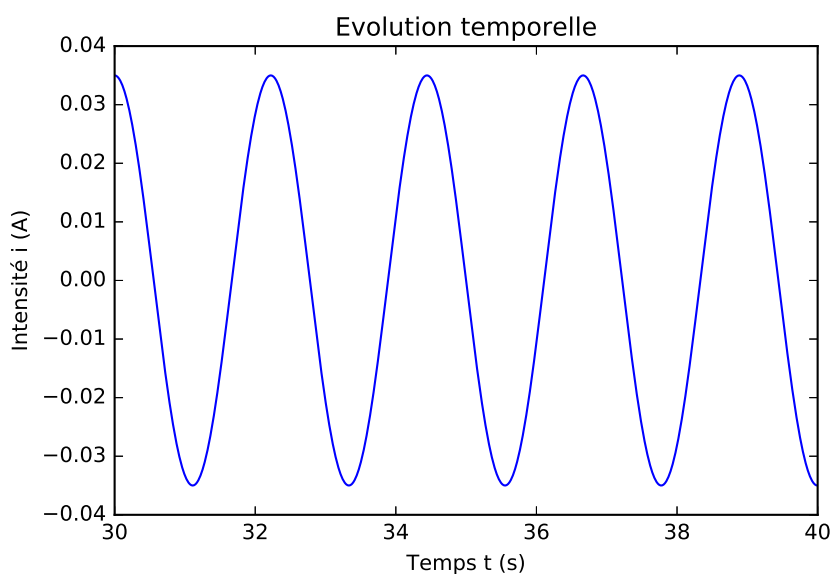
Le caractère non linéaire du régime établi provient uniquement de la variation du signe d'amortissement ($2\lambda = \frac{\omega_0}{Q}$ ou $2\lambda' = \frac{\omega_0}{Q'}$) suivant que l'amplificateur linéaire intégré fonctionne en régime linéaire ou saturé.

3.4.4.2 Entretien

L'entretien des oscillations ne nécessite pas d'alimentation, comme on peut le voir sur la représentation du circuit.

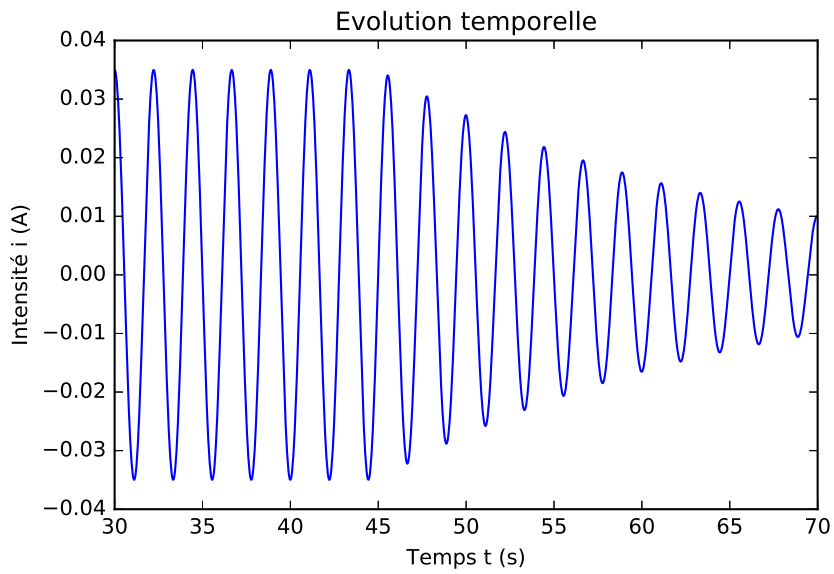
Il ne faut cependant pas oublier que l'amplificateur linéaire intégré est alimenté par une source externe de tension : c'est elle qui fournit l'énergie nécessaire à l'entretien de ces oscillations.

On peut représenter l'entretien des oscillations de la façon suivante :



3.4.4.3 Extinction

Si la valeur de la résistance négative est insuffisante, la résistance du circuit crée un amortissement des oscillations jusqu'à leur disparition :



3.5 Portrait de phase

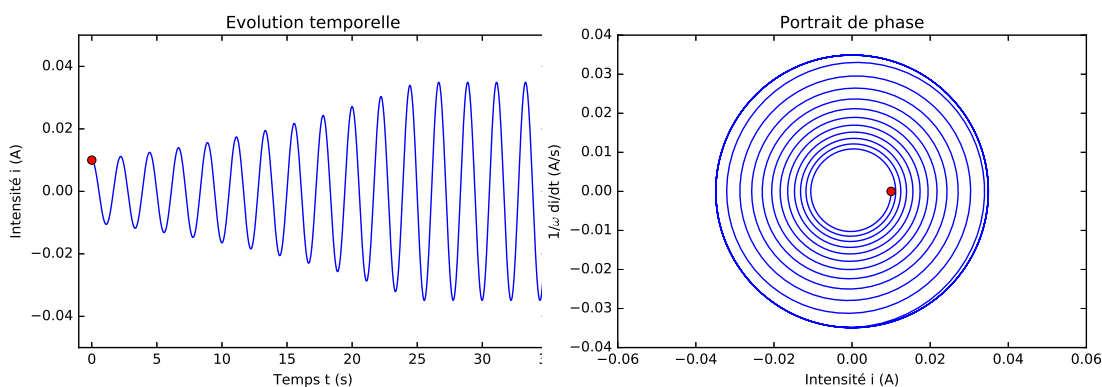
Un portrait de phase consiste à tracer en abscisse la grandeur, ici l'intensité ou la tension (X) et en ordonnée, sa dérivée (\dot{X}).

Plutôt que sa dérivée, on peut représenter en ordonnée le rapport de sa dérivée et de la pulsation $\left(\frac{\dot{X}}{\omega}\right)$.

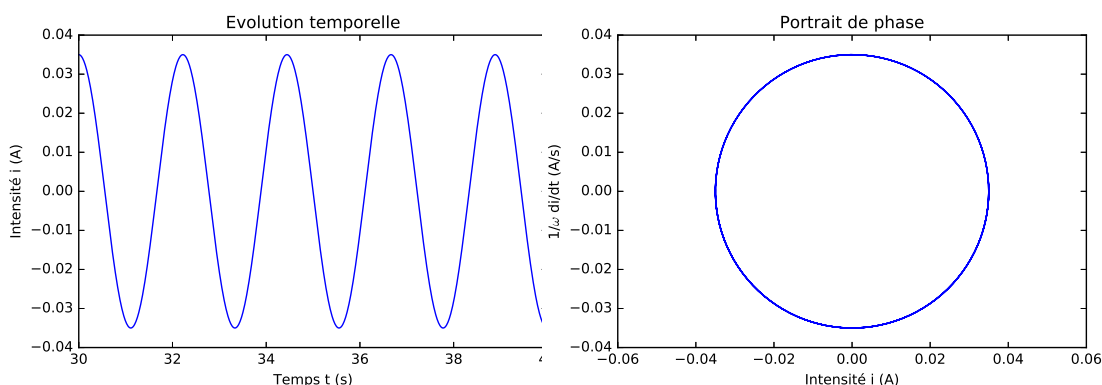
Cette dernière représentation présente l'avantage d'obtenir des cercles à la place des ellipses par exemple pour l'oscillateur harmonique non amorti.

3.5.1 Oscillateur linéaire

- Pour le démarrage, les allures de l'amplitude et du portrait de phase sont les suivantes :

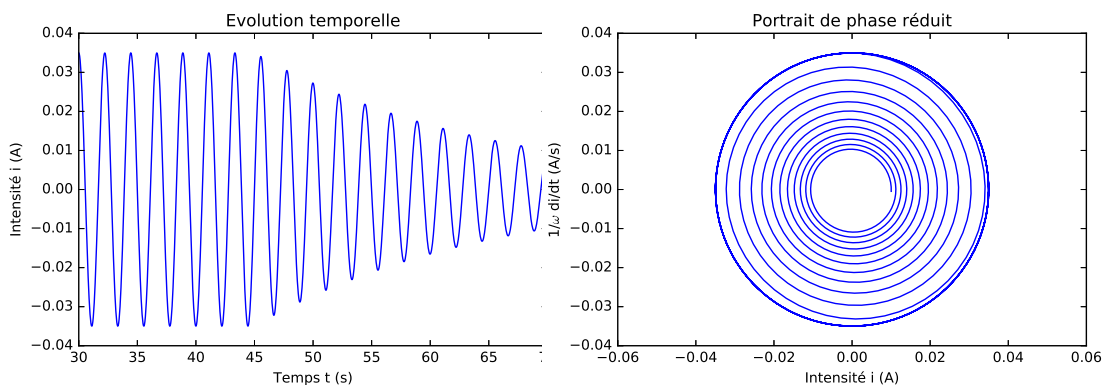


- En régime établi, les oscillations étant parfaitement sinusoïdales, on a :



- Enfin, en phase d'extinction du signal :

Le portrait de phase correspondant à l'extinction du signal pour un oscillateur linéaire est alors :



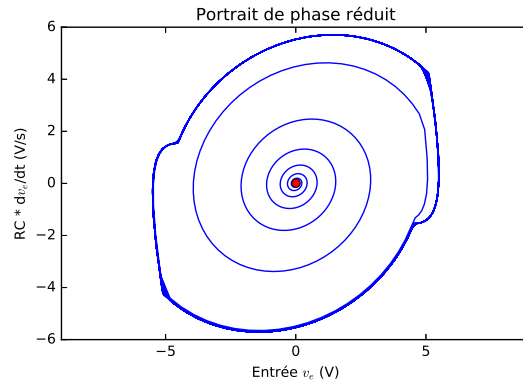
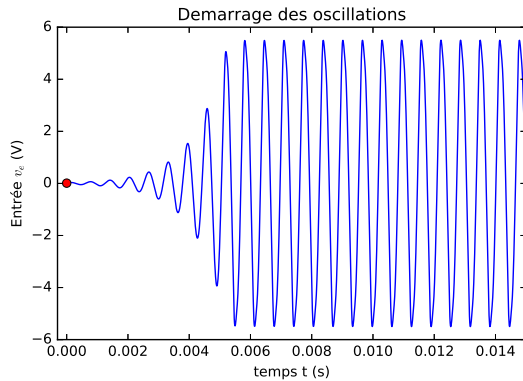
— Remarque —

Les graphiques précédents ont été tracés grâce au programme *RLC2.py* que vous trouverez en fin de chapitre.

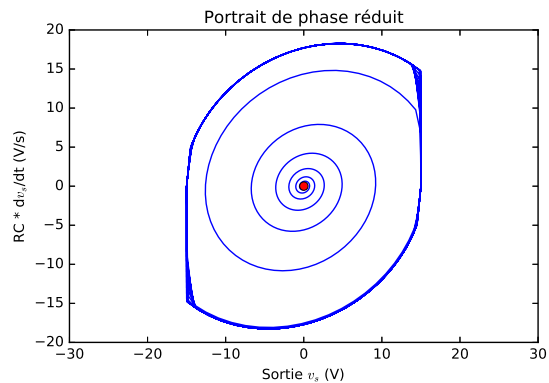
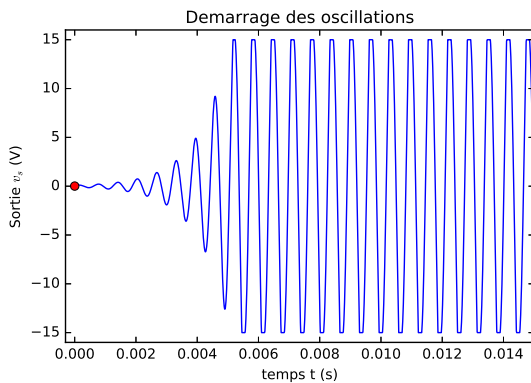
3.5.2 Oscillateur à pont de Wien

La phase de démarrage correspond toujours à la spirale et le régime établi à l'enveloppe externe. Du fait des non-linéarités, le portrait de phase n'est pas elliptique en régime établi. Voici le démarrage et le portrait de phase réduit obtenus grâce au programme *wien.py*.

Pour la tension d'entrée $v_e(t)$:

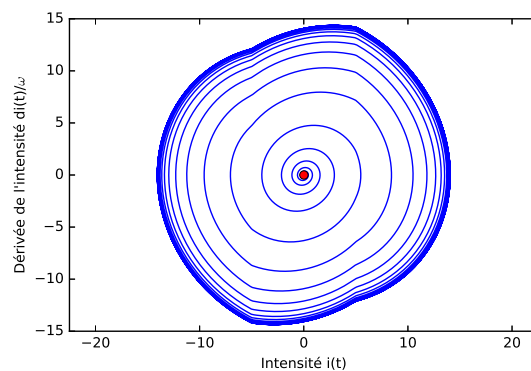
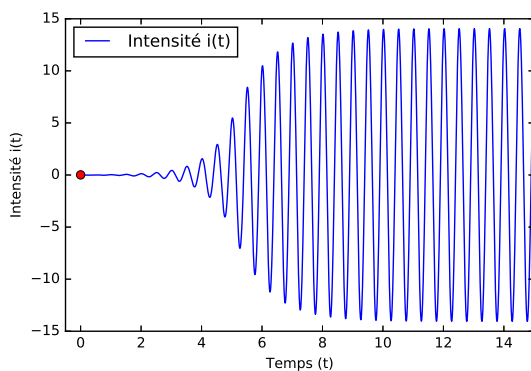


Pour la tension de sortie $v_s(t)$:



3.5.3 Oscillateur à résistance négative

Mêmes remarques que pour l'oscillateur à pont de Wien. On peut assimiler l'oscillateur à résistance négative à un oscillateur de Van Der Pol et construire le portrait de phase (obtenus grâce au programme *Rnegatif2.py*) suivant :



3.6 Oscillateur à relaxation

3.6.1 Réalisation

La réalisation d'oscillateurs à relaxation peut se faire de différentes manières :

- avec des transistors,
- avec des portes logiques,
- avec des circuits logiques tels que le NE555, le 4098,
- avec un amplificateur linéaire intégré,
- en associant un intégrateur (en fonctionnement linéaire) et un comparateur à Hystérésis (en fonctionnement saturé).

C'est ce montage que nous allons étudier :

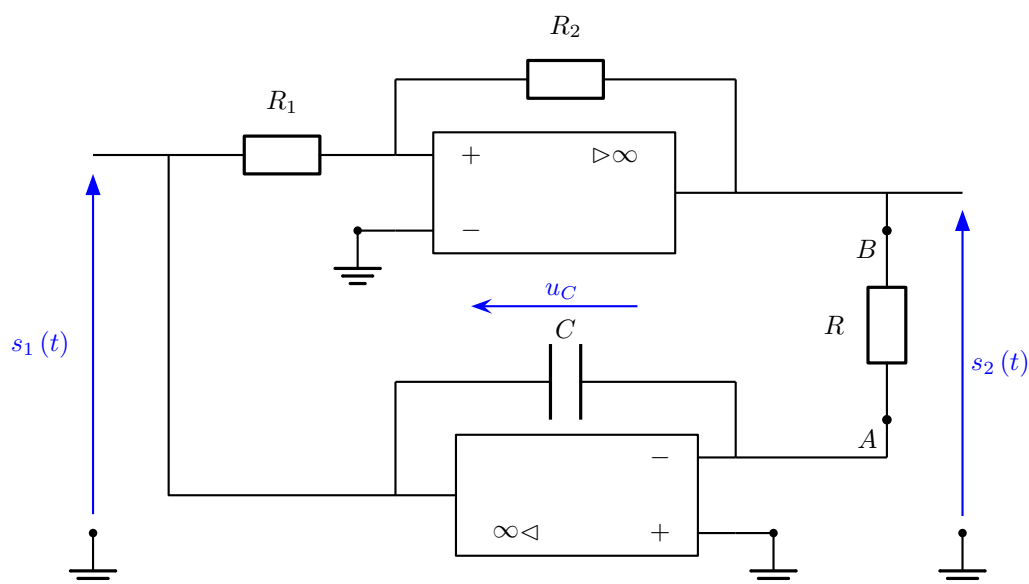


FIGURE 3.9 – Oscillateur à relaxation

3.6.2 Analyse qualitative

- L'intégrateur (utilisant l'ALI du bas) réalise l'intégration du signal $s_2(t)$:

$$s_1(t) = s_1(0) - \frac{1}{RC} \int_0^t s_2(t) dt$$

- Le comparateur à Hystérésis (utilisant l'ALI du haut) fonctionne en respectant le cycle représenté dans le chapitre précédent en exercice : celui du comparateur à Hystérésis non inverseur.

Nous avons établi que :

- v_s bascule à $+V_{\text{sat}}$ lorsque $\varepsilon > 0$, soit :

$$v_+ > v_- = 0$$

c'est-à-dire lorsque $v_e > \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = E_+ = V_0$.

C'est le seuil haut.

- Le seuil bas est donné par :

$$E_- = -\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = -V_0$$

Cela signifie que $s_2(t) = +V_{\text{sat}}$ tant que $s_1(t) > -\frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = -V_0$ et que $s_2(t) = -V_{\text{sat}}$ tant que $s_1(t) < \frac{R_1}{R_2} V_{\text{sat}} = V_0$.

Supposons que le comparateur à Hystérésis soit initialement dans l'état $s_2(t) = -V_{\text{sat}}$.

Dans ce cas, $ds_1(t) = \frac{V_{\text{sat}}}{RC} dt > 0$ et $s_1(t)$ croît linéairement jusqu'à atteindre la valeur V_0 , valeur pour laquelle $s_2(t)$ bascule à $+V_{\text{sat}}$.

On a alors $ds_1(t) = -\frac{V_{\text{sat}}}{RC} dt < 0$: $s_1(t)$ décroît linéairement jusqu'à atteindre la valeur $-V_0$, valeur pour laquelle $s_2(t)$ bascule à $-V_{\text{sat}}$.

Le phénomène se poursuit alors de manière périodique.

3.6.3 Calcul de la période

Fixons l'origine des temps t à l'instant où le comparateur bascule de $-V_{\text{sat}}$ à $+V_{\text{sat}}$.

L'amplificateur linéaire intégré du montage intégrateur fonctionnant en régime linéaire, le potentiel V_A en A est nul, ce qui fait que la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur est égale à $s_1(t)$. D'après ce que l'on a dit précédemment, cela signifie que :

$$u_C(0^-) = u_C(0^+) = V_0$$

Il y a continuité de la tension aux bornes du condensateur.

Pour une date $t > 0$, $v_s = +V_{\text{sat}}$ et u_C décroît linéairement :

$$u_C(t) = E_+ - \frac{V_{\text{sat}}}{RC} t$$

Cet état de saturation positive du comparateur à Hystérésis a lieu tant que $u_C(t) > -V_0$, c'est-à-dire tant que :

$$0 < t < t_1 = 2RC \frac{V_0}{V_{\text{sat}}} = 2RC \frac{R_1}{R_2}$$

À l'instant t_1 , le comparateur bascule de $+V_{\text{sat}}$ à $-V_{\text{sat}}$ avec $u_C(t_{1-}) = u_C(t_{1+}) = -V_0$. Cet état dure cette fois tant que $u_C(t) < V_0$, donc pour :

$$t_1 < t < t_2 = 2RC \frac{V_0}{V_{\text{sat}}} = 2RC \frac{R_1}{R_2}$$

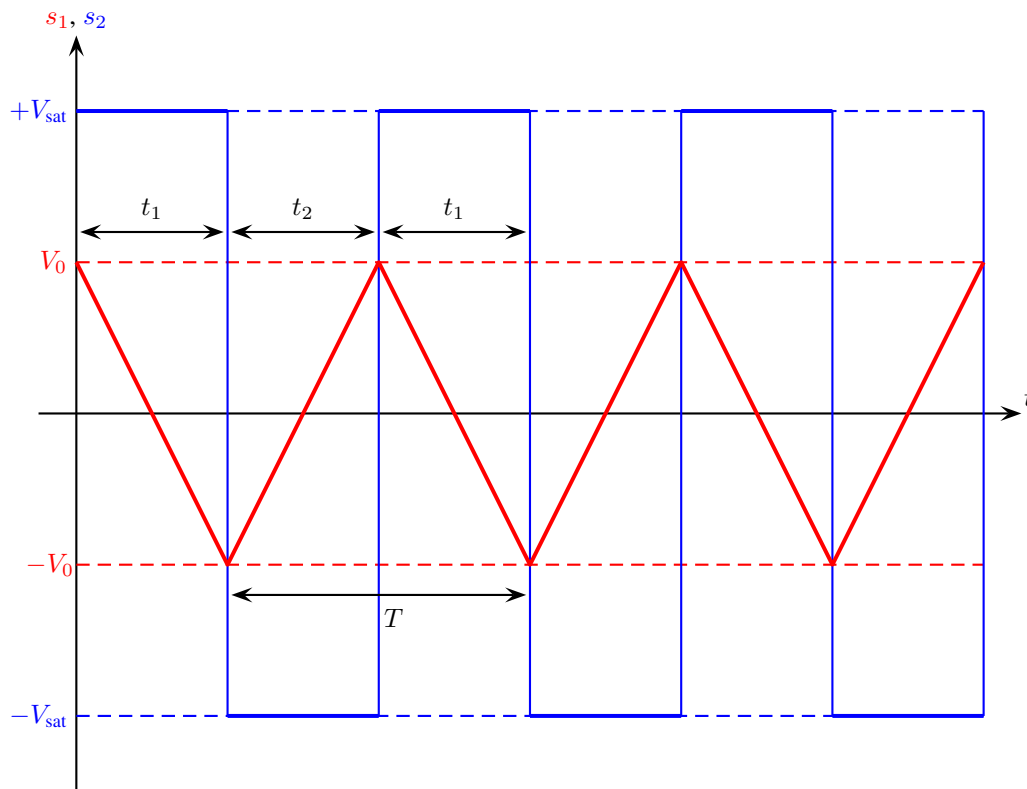
Pour $t = t_2$, le comparateur bascule de $-V_{\text{sat}}$ à $+V_{\text{sat}}$ et les oscillations continuent périodiquement.

La période de l'oscillateur ainsi constitué vaut :

$$T = 4RC \frac{R_1}{R_2}$$

3.6.4 Allure des tensions

Les tensions $s_1(t)$ et $s_2(t)$ peuvent être représentées comme ci-dessous :



3.6.5 Rapport cyclique

Une des améliorations classiques d'un oscillateur à relaxation consiste à rendre les deux états dissymétriques : on peut alors les noter t_+ (saturation positive) et t_- (saturation négative).



— Rapport cyclique —

Le rapport cyclique est défini par :

Pratiquement, on utilise fréquemment une association de deux diodes, tête-bêches, placées en dérivation.

⇒ **Activité 3.3**

Déterminer le rapport cyclique du montage étudié précédemment.

3.7 Analyse spectrale

Dans le cas idéal des deux premiers oscillateurs (à pont de Wien et à résistance négative), l'analyse spectrale des intensités circulant dans les circuits devrait fournir l'harmonique de rang 1.

En effet, on devrait obtenir l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \omega_0^2 i = 0$$

dont la solution est purement sinusoïdale.

Bien évidemment, cela est en pratique impossible à réaliser. Ainsi, on observera le fondamental et quelques harmoniques.

Pour l'oscillateur à relaxation, on devrait obtenir théoriquement les spectres correspondant à un signal en créneaux à la sortie du comparateur et à un signal triangulaire en sortie de l'intégrateur.

De la même façon, les séances de travaux pratiques nous le confirmeront... ou pas !

Afin de comparer les spectres, il faudra se régler les résistances de telle sorte que les conditions de démarrage des oscillations soient équivalentes, par exemple en prenant ces résistances supérieures de 10 % supérieures à leur valeur critique.

3.8 Conclusions

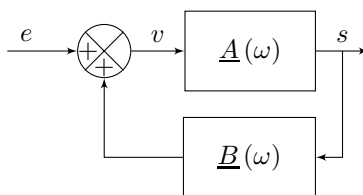
3.8.1 Choix d'un oscillateur sinusoïdal

Le filtre de Wien est peu sélectif et on observe en fait, en plus du fondamental, les harmoniques de rang 3 et 5.

L'oscillateur à résistance négative permet d'obtenir des signaux plus purs mais il est coûteux et encombrant. En pratique, on utilise de préférence des oscillateurs à quartz ou des montages à transistors.

3.8.2 Retour sur les systèmes bouclés

Comme nous l'avons vu dans ce chapitre, un oscillateur sinusoïdal est souvent réalisé à partir d'un système bouclé constitué d'une chaîne directe de fonction de transfert $\underline{A}(\omega)$ et d'une chaîne de retour de fonction de transfert $\underline{B}(\omega)$:



Pour le schéma de la figure 3.8.2, on peut écrire :

$$v = e + s \underline{B}(\omega)$$

De plus :

$$s = \underline{A}(\omega) v = \underline{A}(\omega) e + s \underline{A}(\omega) \underline{B}(\omega)$$

Soit finalement :

$$s = \frac{\underline{A}(\omega)}{1 - \underline{A}(\omega) \underline{B}(\omega)} e$$

- Si $|\underline{A}(\omega)| \gg 1$, le gain apparent $\frac{s}{e} = -\frac{1}{\underline{B}(\omega)}$ est indépendant de la chaîne directe. Cela permet notamment de s'affranchir des défauts d'un amplificateur linéaire intégré en chaîne directe.
- Si $|\underline{B}(\omega)| < 1$, on parle de contre-réaction et on obtient un gain plus faible qu'en chaîne directe, ce qui permet de stabiliser le système. Dans ce cas, il ne peut y avoir d'oscillations.
- Pour qu'un système oscille, il faut qu'il existe une fréquence f_0 pour laquelle le gain de boucle soit égal à 1 : c'est la **condition de Barkhausen**. Elle s'écrit :

$$\underline{T}(\omega) = \underline{A}(\omega) \underline{B}(\omega) = 1$$

Elle se traduit en pratique par deux conditions :

- à la fréquence d'oscillations f_0 , l'amplification de la boucle doit être égale à 1 : c'est la condition de gain, qui s'écrit :

$$|\underline{T}(\omega)| = |\underline{A}(\omega) \underline{B}(\omega)| = 1$$

- à la fréquence d'oscillations f_0 , le déphasage total de la boucle doit être nul : c'est la condition de phase, qui s'écrit :

$$\arg(\underline{A}(\omega) \underline{B}(\omega)) = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

3.9 Les programmes *python*

Programme *RLC2.py* :

```

1  # -*- coding: utf-8 -*-
2
3  import numpy as np
4  import matplotlib.pyplot as plt
5  from scipy.integrate import odeint
6
7  def f(y,t):
8      if t<25:
9          return [y[1], -8*y[0]+0.1*y[1]]
10     elif 25<t<45:
11         return [y[1], -8*y[0]]
12     else:
13         return [y[1], -8*y[0]-0.1*y[1]]
14 # Valeurs de t souhaitées
15 t=np.linspace(0,35,1000)
16 # Calcul en partant de y=0.01, y'=0
17 y1=odeint(f, [0.01,0], t)
18
19 plt.plot(t,y1[:,0])
20 plt.title("Evolution temporelle")
21 plt.xlabel('Temps t (s)')
22 plt.ylabel('Intensité i (A)')
23 plt.axis([-1,35,-0.05,0.05])
24 plt.plot(0,0.01,'ro')
25 plt.savefig("RLC-demarrage.eps")
26 plt.show()
27
28 plt.clf()
29 plt.plot(y1[:,0],y1[:,1])
30 plt.title("Portrait de phase")
31 plt.xlabel('Intensité i (A)')
32 plt.ylabel('Dérivée di/dt (A/s)')
33 plt.axis([-0.04,0.04,-0.125,0.125])
34 plt.plot(0.01,0,'ro')
35 plt.savefig("portrait-demarrage.eps")
36 plt.show()
37
38 plt.clf()
39 plt.axis('equal')
40 plt.plot(y1[:,0],y1[:,1]/np.sqrt(8))
41 plt.title("Portrait de phase")
42 plt.xlabel('Intensité i (A)')
43 plt.ylabel('1/$\omega$ di/dt (A/s)')
44 plt.plot(0.01,0,'ro')
45 plt.savefig("portrait-demarrage-red.eps")
46 plt.show()
47
48 plt.clf()
49
50 t=np.linspace(30,40,1000)
51 y2=odeint(f, [0.035,0], t)
52 plt.plot(t,y2[:,0],label="évolution temporelle")
53 plt.title("Evolution temporelle")
54 plt.xlabel('Temps t (s)')
55 plt.ylabel('Intensité i (A)')
56 plt.axis([30,40,-0.04,0.04])
57 plt.savefig("RLC-entretien.eps")
58 plt.show()

```

```

59
60 plt.clf()
61 plt.plot(y2[:,0],y2[:,1])
62 plt.title("Portrait de phase")
63 plt.xlabel('Intensité i (A)')
64 plt.ylabel('Dérivée di/dt (A/s)')
65 plt.axis([-0.04,0.04,-0.12,0.12])
66 plt.savefig("portrait-entretien.eps")
67 plt.show()
68
69 plt.clf()
70 plt.axis('equal')
71 plt.plot(y2[:,0],y2[:,1]/np.sqrt(8))
72 plt.title("Portrait de phase")
73 plt.xlabel('Intensité i (A)')
74 plt.ylabel('1/\omega$ di/dt (A/s)')
75 plt.savefig("portrait-entretien-red.eps")
76 plt.show()
77
78 plt.clf()
79 t=np.linspace(30,70,1000)
80 y3=odeint(f,[0.035,0],t)
81 plt.plot(t,y3[:,0])
82 plt.title("Evolution temporelle")
83 plt.xlabel('Temps t (s)')
84 plt.ylabel('Intensité i (A)')
85 plt.axis([30,70,-0.04,0.04])
86 plt.savefig("RLC-extinction.eps")
87 plt.show()
88
89 plt.clf()
90 plt.plot(y3[:,0],y3[:,1])
91 plt.axis([-0.04,0.04,-0.12,0.12])
92 plt.title("Portrait de phase")
93 plt.xlabel('Intensité i (A)')
94 plt.ylabel('Dérivée di/dt (A/s)')
95 plt.savefig("portrait-extinction.eps")
96 plt.show()
97
98 plt.clf()
99 plt.axis('equal')
100 plt.plot(y3[:,0],y3[:,1]/np.sqrt(8))
101 plt.title("Portrait de phase réduit")
102 plt.xlabel('Intensité i (A)')
103 plt.ylabel('1/\omega$ di/dt (A/s)')
104 plt.savefig("portrait-extinction-red.eps")
105 plt.show()
106
107 plt.clf()
108 t=np.linspace(0,70,1000)
109 y4=odeint(f,[0.01,0],t)
110 plt.plot(t,y4[:,0])
111 plt.title("Evolution temporelle")
112 plt.xlabel('Temps t (s)')
113 plt.ylabel('Intensité i (A)')
114 plt.axis([-2,70,-0.04,0.04])
115 plt.plot(0,0.01,'ro')
116 plt.savefig("RLC-total.eps")
117 plt.show()
118
119 plt.clf()
120 plt.plot(y4[:,0],y4[:,1])

```



```

121 plt.axis([-0.04,0.04,-0.12,0.12])
122 plt.title("Portrait de phase")
123 plt.xlabel('Intensité i (A)')
124 plt.ylabel('Dérivée di/dt (A/s)')
125 plt.plot(0.01,0,'ro')
126 plt.savefig("portrait-total.eps")
127 plt.show()
128
129 plt.clf()
130 plt.axis('equal')
131 plt.plot(y4[:,0],y4[:,1]/np.sqrt(8))
132 plt.title("Portrait de phase réduit")
133 plt.xlabel('Intensité i (A)')
134 plt.ylabel('1/\omega$ di/dt (A/s)')
135 plt.plot(0.01,0,'ro')
136 plt.savefig("portrait-total-red.eps")
137 plt.show()

```

Programme *wien.py* :

```

1  # -*- coding: utf-8 -*-
2
3  import numpy as np
4  import matplotlib.pyplot as plt # Outils graphiques
5
6  R=1e3                # Resistance du Pont de Wien
7  C=100e-9            # Capacite du Pont de Wien
8  K=3.2               # Gain de l'etage d'amplification
9  tfin=15e-3          # instant final de la simulation
10 dt=0.01e-3         # pas
11 vsat=15             # tension de saturation de l'A0
12
13 # Conditions Initiales
14 t=[0.0]
15 e=[0.01]
16 s=[0.0]
17 ds=[0.0]
18 de=[0.01]
19
20
21 while t[-1]<tfin:
22     de.append((1/(R*C)*ds[-1]-3/(R*C)*de[-1]-e[-1]/(R*R*C*C))*dt+de[-1])
23     e.append(de[-1]*dt+e[-1])
24     if e[-1]<-vsat/K:
25         s.append(-vsat)
26     elif e[-1]>vsat/K:
27         s.append(vsat)
28     else:
29         s.append(K*e[-1])
30     ds.append((s[-1]-s[-2])/dt)
31     t.append(t[-1]+dt)
32
33 plt.clf()
34 plt.plot(t,e)
35 plt.xlabel("temps t (s)")
36 plt.ylabel("Entrée $v_e$ (V)")
37 plt.title("Demarrage des oscillations")
38 plt.plot(0,0.01,'ro')
39 plt.axis([-0.0003,0.015,-6,6])
40 plt.savefig("wien-demarrage-ve.eps")
41 plt.show()
42
43 plt.clf()

```

```

44 plt.plot(e,de)
45 plt.xlabel("Entrée $v_e$ (V)")
46 plt.ylabel("Dérivée d$v_e$/dt (V/s)")
47 plt.title("Portrait de phase")
48 plt.plot(0.01,0.01,'ro')
49 plt.savefig("wien-portrait-ve.eps")
50 plt.show()
51
52 de_ar=np.array(de,float)
53 de_red=de_ar*(R*C)
54 plt.axis('equal')
55 plt.plot(e,de_red)
56 plt.xlabel("Entrée $v_e$ (V)")
57 plt.ylabel("RC * d$v_e$/dt (V/s)")
58 plt.title("Portrait de phase réduit")
59 plt.plot(0.01,0.01,'ro')
60 plt.savefig("wien-portrait-red-ve.eps")
61 plt.show()
62
63 plt.clf()
64 plt.plot(t,s)
65 plt.axis([-0.0003,0.015,-16,16])
66 plt.xlabel("temps t (s)")
67 plt.ylabel("Sortie $v_s$ (V)")
68 plt.title("Demarrage des oscillations")
69 plt.plot(0,0.01,'ro')
70 plt.savefig("wien-demarrage-vs.eps")
71 plt.show()
72
73 plt.clf()
74 plt.plot(s,ds)
75 plt.axis([-16,16,-200000,200000])
76 plt.xlabel("Sortie $v_s$ (V)")
77 plt.ylabel("Dérivée d$v_s$/dt (V/s)")
78 plt.title("Portrait de phase")
79 plt.plot(0.01,0.01,'ro')
80 plt.savefig("wien-portrait-vs.eps")
81 plt.show()
82
83 ds_ar=np.array(ds,float)
84 ds_red=ds_ar*(R*C)
85 plt.axis('equal')
86 plt.plot(s,ds_red)
87 plt.xlabel("Sortie $v_s$ (V)")
88 plt.ylabel("RC * d$v_s$/dt (V/s)")
89 plt.title("Portrait de phase réduit")
90 plt.plot(0.01,0.01,'ro')
91 plt.savefig("wien-portrait-red-vs.eps")
92 plt.show()

```

Programme *Rnegatif2.py* :

```

1 # -*- coding: utf-8 -*-
2
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 from scipy.integrate import odeint
6
7 tau = 0.5
8 Q = - 5
9 omega = 2*np.pi/tau
10
11 def f(y,t):

```



```
12     if abs(y[0])<5:
13         return [y[1],-omega**2*y[0]-(omega/Q)*y[1]]
14     if abs(y[0])>5:
15         return [y[1],-omega**2*y[0]-(1/tau)*y[1]]
16
17 t=np.linspace(0,15,10000)
18 # Calcul en partant de y=0.01, y'=0
19 y1=odeint(f,[0.01,0],t)
20
21 plt.plot(t,y1[:,0],label="Intensité i(t)")
22 plt.legend(loc='upper left')
23 plt.xlabel('Temps (t)')
24 plt.ylabel('Intensité i(t)')
25 plt.axis([-0.5,15,-15,15])
26 plt.plot(0,0.01,'ro')
27 plt.savefig("R-neg-demarrage.eps")
28 plt.show()
29
30 plt.clf()
31 plt.axis('equal')
32 plt.plot(y1[:,0],y1[:,1]/omega)
33 plt.xlabel('Intensité i(t)')
34 plt.ylabel("Dérivée de l'intensité di(t)/$\omega$")
35 plt.plot(0.01,0,'ro')
36 plt.savefig("R-neg-portrait-red.eps")
37 plt.show()
```

