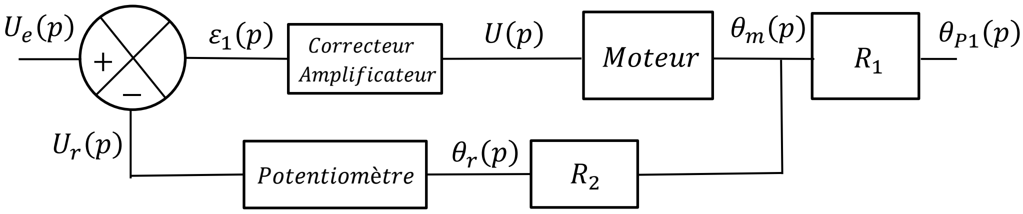
Schéma bloc du système

Question 1: Construire le schéma bloc fonctionnel de cet asservissement.

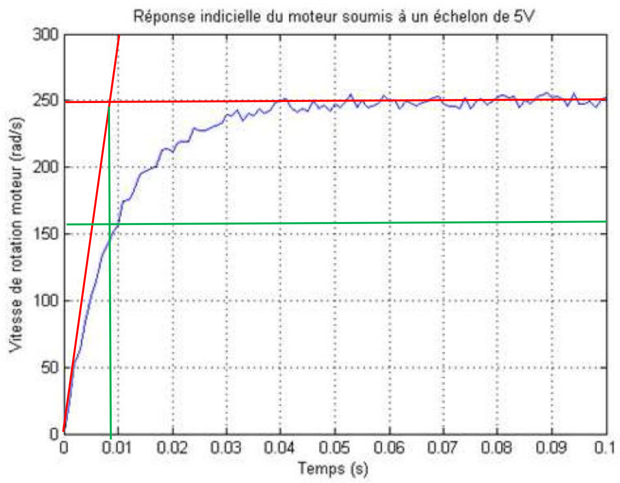


Remarque : j'ai intégré l'intégrateur au moteur !

Etude du moteur

Question 2: Identifier la réponse en justifiant le modèle retenu et la/les technique(s) utilisée(s) pour déterminer les paramètres que vous expliciterez.

Méthode *: utiliser à minima la valeur finale pour K, la tangente à l'origine, la valeur à 63% et à 95% puis moyenne des 3 valeurs pour T*



Tangente à l'origine non nulle et absence de dépassement. Je propose un modèle du premier ordre :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

$$KU = 250 \rightarrow K = \frac{250}{U} = \frac{250}{5} = 50\, rd.s^{-1}.V^{-1}$$

Tangente à l'origine : $\tau = 0{,}009$

95% de la valeur finale : $0{,}63 * 250 = 237.5 \rightarrow 3\tau = 0{,}03s \rightarrow \tau = 0{,}01s$

63% de la valeur finale : $0{,}63 * 250 = 157.5 \rightarrow \tau = 0{,}01s$

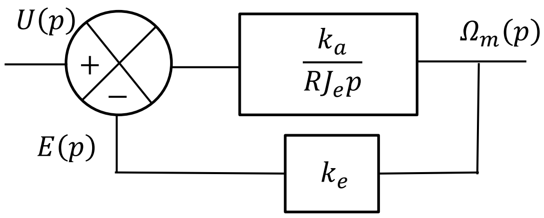
On réalise alors la moyenne…

$$H(p) = \frac{50}{1 + 0{,}01p}$$

Conseil *: dans un sujet, on vous donne souvent un document réponse sans forcément préciser de faire des tracés dessus. Je vous recommande vivement de mettre tous vos traits de mesure. Par ailleurs, sachez utiliser une règle et faire des traits parallèles aux axes des abscisses et ordonnées (Niveau brevet il me semble)*

Question 3: Compléter le schéma bloc proposé

On commence à connaître le MCC. On remarque qu'il n'y a ni L, ni f, ni C_r



Question 4: Déterminer la fonction de transfert $M(p)=\frac{\theta_m(p)}{U(p)}$ du moteur électrique sous la forme $\frac{k_m}{p(1+T_m p)}$

***Conseil** : Même si mettre les équations dans Laplace puis les manipuler pour obtenir le résultat, ce qui est attendu de vous, c'est schéma bloc + formule re Black !*

$$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}=\frac{\frac{k_a}{RJ_e p}}{1+\frac{k_a k_e}{RJ_e p}}=\frac{k_a}{RJ_e p+k_a k_e}=\frac{\frac{1}{k_e}}{1+\frac{RJ_e}{k_a k_e}p}$$

$$\Omega_m(p)=p\theta_m(p)$$

$$M(p)=\frac{\theta_m(p)}{U(p)}=\frac{1}{p}\frac{\frac{1}{k_e}}{1+\frac{RJ_e}{k_a k_e}p}$$

$$M(p)=\frac{k_m}{p(1+\tau_m p)}$$

Question 5: Donner les expressions littérales de k_m et τ_m.

$$k_m=\frac{1}{k_e}$$

$$\tau_m=\frac{RJ_e}{k_a k_e}$$

Question 6: Application numérique : calculer k_m et τ_m en précisant les unités.

$$k_m=\frac{1}{k_e}=\frac{1}{0{,}02}=50\,rad.s^{-1}.V^{-1}$$

$$[M(p)]=\frac{[k_m]}{[p]}\Rightarrow[k_m]=[p][M(p)]=s^{-1}\frac{rd}{V}=rd.s^{-1}.V^{-1}$$

$$\tau_m=\frac{RJ_e}{k_a k_e}=\frac{1*4.10^{-6}}{0{,}02*0{,}02}=0{,}01\,s$$

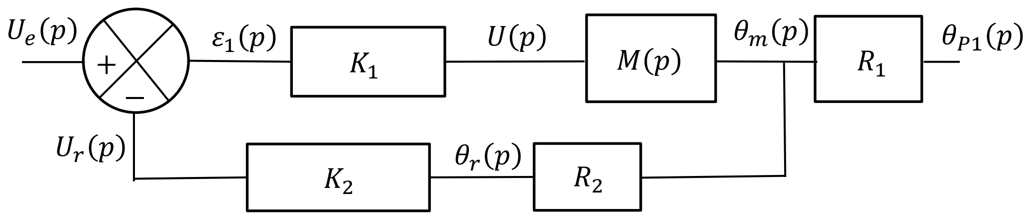
$$[1+\tau_m p]=1\quad;\quad[\tau_m p]=1\quad;\quad[\tau_m]=[p^{-1}]=s$$

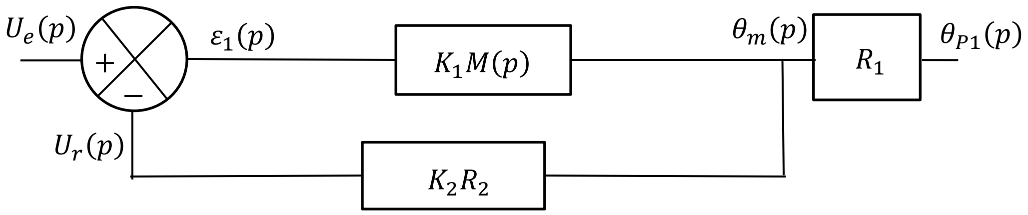
$$\frac{\Omega radkgAm^2}{VsNm}=\frac{\Omega rads^2kgAm^2}{Vskgm^2}=s\quad;\quad A\ ne\ pas\ faire\ comme\ ça\ !$$

Fonction de transfert du système

Question 7: Compléter le schéma bloc suivant afin qu'il soit équivalent à l'asservissement étudié et vérifier que votre solution est correcte

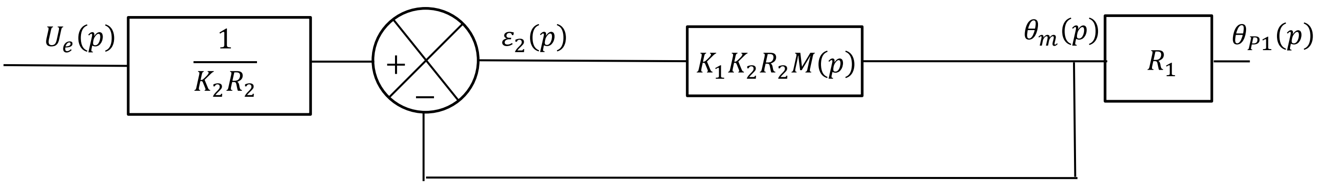
Système initial :





$$\frac{\theta_m(p)}{U_e(p)} = \frac{K_1M(p)}{1 + K_1K_2R_2M(p)}$$

Système modifié :



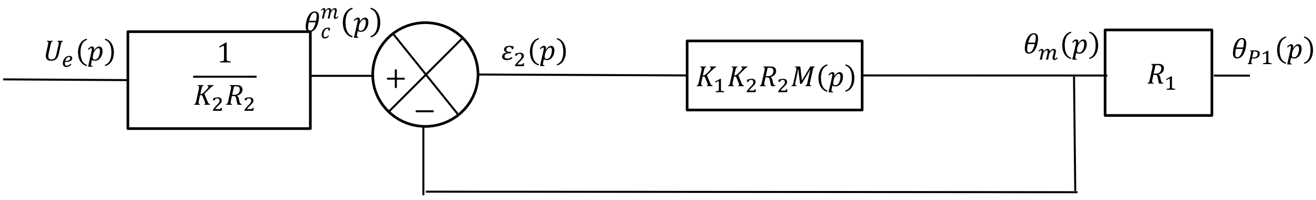
$$\frac{\theta_m(p)}{U_e(p)} = \frac{1}{K_2R_2}\frac{K_1K_2R_2M(p)}{1 + K_1K_2R_2M(p)} = \frac{K_1M(p)}{1 + K_1K_2R_2M(p)}$$

Les fonctions de transfert sont bien identiques.

Astuce *: Si vous oubliez comment réaliser la transformation, mettez des lettres, A avant comparateur et B dans la chaine directe, déterminer la FTBF et trouver A et B afin que les BF soient identiques*

Question 8: Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p)=\frac{\theta_m(p)}{\varepsilon_2(p)}$, la mettre sous la forme $T(p)=\frac{K_{BO}}{p(1+\tau_m p)}$ et en déduire l'expression du gain de boucle K_{BO} et préciser son unité.

Appelons θ_c l'angle de consigne entrant dans le comparateur.



$$T(p)=\frac{\theta_m(p)}{\varepsilon_2(p)}=K_1K_2R_2M(p)=\frac{K_1K_2R_2k_m}{p(1+\tau_m p)}=\frac{K_{BO}}{p(1+\tau_m p)}$$
$$K_{BO}=K_1K_2R_2k_m$$
$$\frac{[K_{BO}]}{[p]}=\frac{[\theta_m(p)]}{[\varepsilon_2(p)]}=1\Rightarrow[K_{BO}]=s^{-1}$$
Sinon : $[K_{BO}]=[K_1][K_2][R_2][K_m]=1*V.rd^{-1}*1*rd.s^{-1}.V^{-1}=s^{-1}$.

A savoir : l'unité d'une BO est toujours de 1 puisqu'elle part et revient au comparateur…

Question 9: Déterminer la fonction de transfert $F(p)=\frac{\theta_{P1}(p)}{U_e(p)}$. Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre. On notera K_{BF} le gain statique, z le coefficient d'amortissement et ω_0 la pulsation propre.

$$F(p)=\frac{\theta_{P1}(p)}{U_e(p)}=R_1\frac{\theta_m(p)}{U_e(p)}=\frac{R_1}{K_2R_2}\frac{\theta_m(p)}{\theta_c(p)}=\frac{R_1}{K_2R_2}\frac{T(p)}{1+T(p)}=\frac{R_1}{K_2R_2}\frac{K_1K_2R_2M(p)}{1+K_1K_2R_2M(p)}$$
$$F(p)=\frac{R_1K_1M(p)}{1+K_1K_2R_2M(p)}=\frac{R_1K_1\frac{k_m}{p(1+\tau_m p)}}{1+K_1K_2R_2\frac{k_m}{p(1+\tau_m p)}}$$
$$F(p)=\frac{R_1K_1k_m}{K_1K_2R_2k_m+p+\tau_m p^2}=\frac{\frac{R_1}{K_2R_2}}{1+\frac{p}{K_{BO}}+\frac{\tau_m}{K_{BO}}p^2}=\frac{K_{BF}}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{{\omega_0}^2}p^2}$$

Question 10: Donner l'expression littérale de K_{BF} en fonction de R_1, R_2 et K_2, de z et ω_0 en fonction de K_{BO} et τ_m.

$$K_{BF}=\frac{R_1}{K_2R_2}\quad;\quad\omega_0=\sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}}$$
$$z=\frac{1}{2}\omega_0\frac{1}{K_{BO}}=\frac{1}{2\sqrt{K_{BO}\tau_m}}$$

Attention : même si ce n'est pas précisé, dès lors que des notations sont proposées, par exemple pour $T(p)$ avec K_{BO} et τ_m, utilisez les pour toute la suite. Le correcteur aura ces notations, et même plus, si vous avez une erreur sur ces coefficients, en utilisant K_{BO} et τ_m, tout le reste est juste !

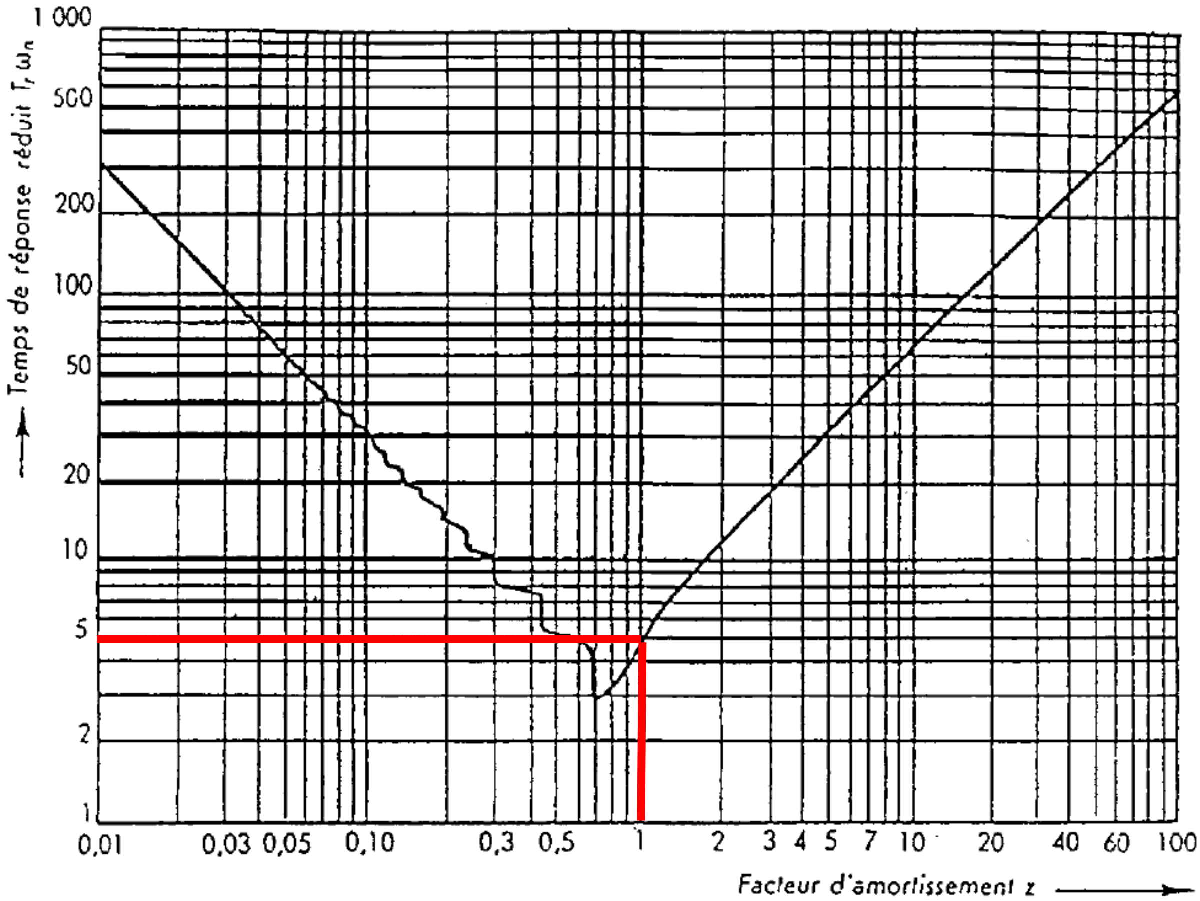
Performance de rapidité

Question 11: Déterminer la valeur du gain de boucle K_{BO} de telle sorte que la réponse θ_{P1} à une entrée en tension u_e de type échelon soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement.

Il faut : $z = 1$

$$\frac{1}{2\sqrt{K_{BO}\tau_m}} = 1 \Leftrightarrow 4K_{BO}\tau_m = 1 \Leftrightarrow K_{BO} = \frac{1}{4\tau_m} = \frac{1}{4 * 0,01} = 25\ s^{-1}$$

Question 12: Déterminer le temps de réponse à 5% du système et conclure vis-à-vis du cahier des charges.



$$z = 1 \quad ; \quad t_{r5\%}\omega_0 = 5 \Leftrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}} = \sqrt{\frac{25}{0,01}} = 5 * 10 = 50$$

$$t_{r5\%} = \frac{5}{\omega_0} = \frac{5}{50} = 0,1\ s < 0,2\ s$$

Le cahier des charges est respecté.

***Remarque** : parfois, certains lisent mal d'échelle logarithmique, ou ne font pas attention au fait qu'en ordonnées, c'est le temps adimensionné, c'est-à-dire le produit $t_{r5\%}\omega_0$*

Détermination des différents gains du système

Question 13: Déterminer le nombre de tours N_v maximal que peut faire la vis

$$N_v = \frac{l}{p_v} = \frac{0,6}{0,01} = 60\ tours$$

Question 14: Déterminer le nombre de tours N_{P2} que va faire l'arbre d'entrée du train épicycloïdal 52.

$$\frac{\theta_{P2}}{\theta_v} = \frac{1}{5} \quad ; \quad \frac{N_{P2}}{N_v} = \frac{1}{5} \quad ; \quad N_{P2} = \frac{60}{5} = 12\ tours$$

Question 15: L'asservissement ayant pour but d'annuler l'écart entre θ_{P2} et θ_{P1}, en déduire le nombre de tour N_{P1} que doit pouvoir faire le second arbre d'entrée du train épicycloïdal 52

$$N_{P1} = N_{P2} = 12\ tours$$

Question 16: En déduire le nombre de tours N_m que va faire l'arbre du moteur.

$$R_1 = \frac{N_{P1}}{N_m} = \frac{1}{150}$$
$$N_m = 150 N_{P1} = 150 * 12 = 1800\ tours$$

Question 17: En supposant que l'on utilise le capteur sur toute sa plage (10 tours), déterminer le rapport de réduction R_2 du réducteur reliant la sortie du moteur à l'entrée du potentiomètre.

Il faut faire correspondre 1800 tours à 10 tours.

$$R_2 = \frac{10}{1800} = \frac{1}{180}$$

Question 18: Déterminer le gain K_2 du capteur potentiométrique.

A 10 tours il associe 24 V. Le gain vaut :

$$K_2 = \frac{24}{10} = 2,4\ V.tour^{-1} = \frac{2,4}{2\pi} = 0,382\ V.rad^{-1}$$

Attention *: vous oubliez régulièrement de mettre la bonne unité*

Question 19: En déduire le gain K_1 du régulateur connaissant la valeur de K_{BO} fixée précédemment.

$$K_{BO} = K_1 K_2 R_2 k_m$$
$$K_1 = \frac{K_{BO}}{K_2 R_2 k_m} = \frac{25}{\frac{2,4}{2\pi}\frac{1}{180}50} = \frac{180}{0,764} = 235,6\ (sans\ unité)$$

Performance de précision

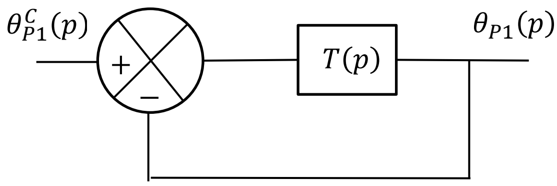
Question 20: Donner l'expression de A

$$\theta_m^c - \theta_m = 0$$
$$\theta_{P1} - \theta_{P1}^C = 0$$

$$\theta_m^c - \theta_m = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{A}{K_2R_2}\theta_{P1}^C - \frac{1}{R_1}\theta_{P1}^C = 0$$
$$\theta_{P1} - \theta_{P1}^C = 0 \Rightarrow \frac{A}{K_2R_2} - \frac{1}{R_1} = 0$$
$$A = \frac{K_2R_2}{R_1}$$

Question 21: Compléter ce schéma bloc

Le produit des blocs extérieurs vaut 1 (c'était attendu, évidemment) :



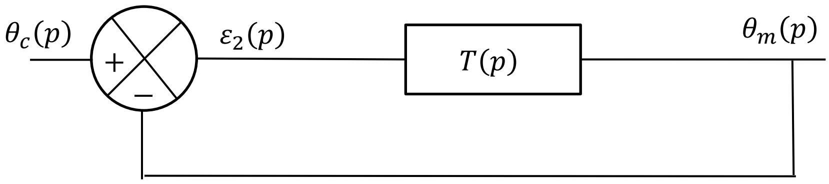
Question 22: Déterminer l'erreur statique en suivi de consigne et conclure vis-à-vis du cahier des charges

$$FTBO = T(p) = \frac{K_{BO}}{p(1 + \tau_m p)}$$

La FTBO possède un intégrateur (classe 1), l'écart statique est donc nul.
Le système est précis et répond aux exigences du cahier des charges qui impose un écart statique nul.

Inspiré de travaux de Florestan Mathurin

Question 23: Déterminer l'erreur de traînage et conclure vis-à-vis du cahier des charges.



$$T(p) = \frac{K_{BO}}{p(1 + \tau_m p)}$$

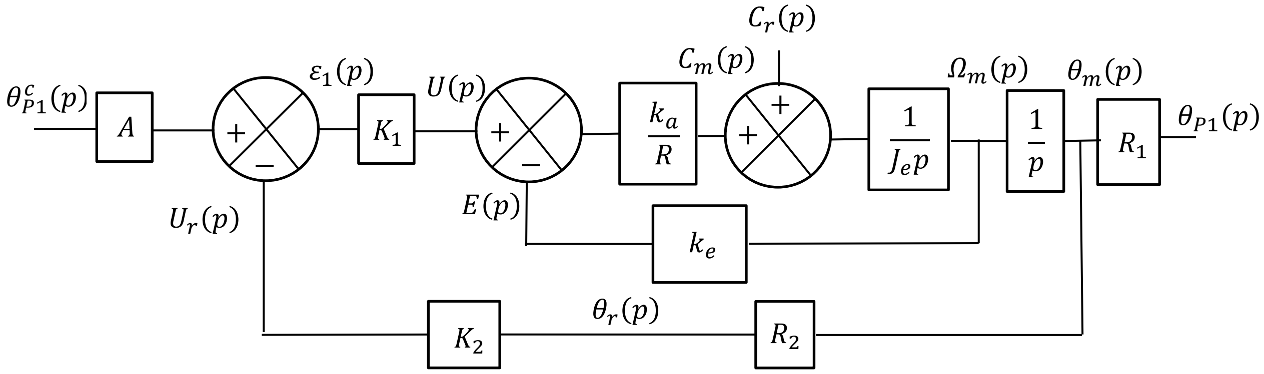
La classe de la FTBO vaut 1, on a donc à l'aide du tableau sur la précision :

$$\varepsilon_v = \frac{a}{K_{BO}} = \frac{a}{25} = 0{,}04a$$

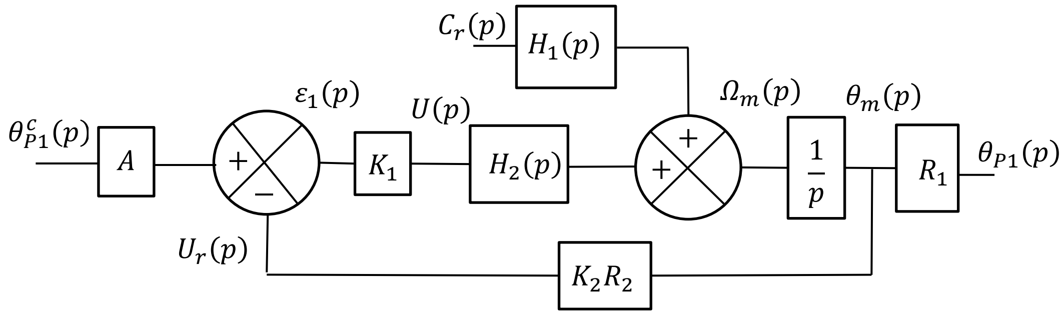
On ne respecte donc pas le cahier des charges en termes d'écart de traînage, il devrait être nul.

Prise en compte d'un couple résistant

Question 24: Compléter le schéma proposé

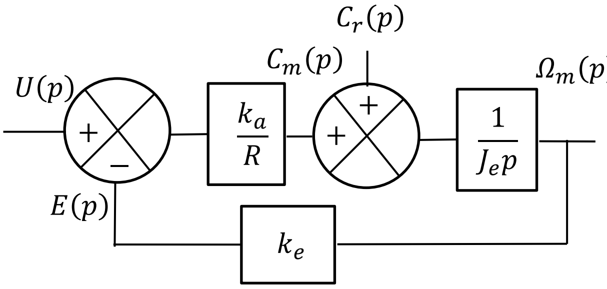


Question 25: Compléter ce nouveau schéma bloc



Question 26: Déterminer les fonctions H_1 et H_2 en fonction de k_m, τ_m, R et k_a

On applique le théorème de superposition sur le schéma suivant :



On rappelle que :

$$k_m = \frac{1}{k_e}$$
$$\tau_m = \frac{RJ_e}{k_a k_e}$$

On peut remarquer que $H_1(p)$ est la fonction du moteur sans l'intégrateur :

$$H_1(p) = p * M(p) = \frac{k_m}{1+\tau_m p}$$

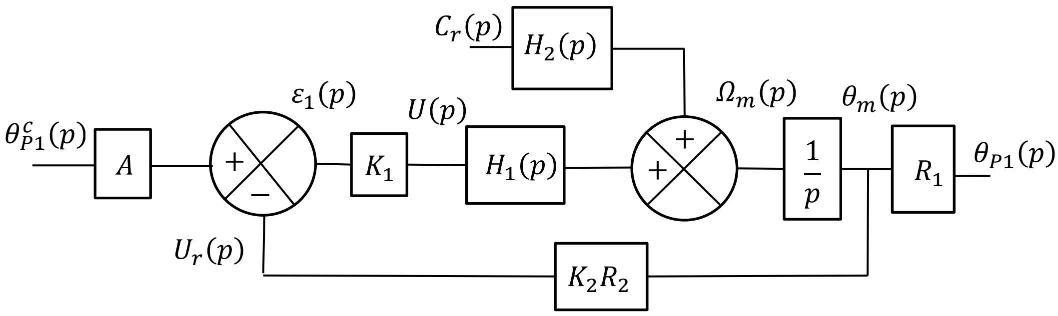
$H_1(p) = \dfrac{\frac{k_e}{RJ_e p}}{1+\frac{k_a k_e}{RJ_e p}}$ $= \dfrac{K_c}{RJ_e p + k_a k_e}$ $= \dfrac{\frac{1}{k_e}}{1+\frac{RJ_e}{k_a k_e}p}$ $\boldsymbol{H_1(p) = \dfrac{k_m}{1+\tau_m p}}$	$H_2(p) = \dfrac{\frac{1}{J_e p}}{1+\frac{k_a k_e}{RJ_e p}}$ $= \dfrac{R}{RJ_e p + k_a k_e}$ $= \dfrac{R}{k_a k_e}\dfrac{1}{1+\frac{RJ_e}{k_a k_a}p}$ $\boldsymbol{H_2(p) = \dfrac{\frac{Rk_m}{k_a}}{1+\tau_m p}}$

Question 27: Préciser si la perturbation a une influence sur l'écart statique

Il n'y a pas d'intégration avant la perturbation en échelon, on sait donc qu'il va y avoir une influence. S'il y avait une intégration, on saurait que l'écart statique serait inchangé.

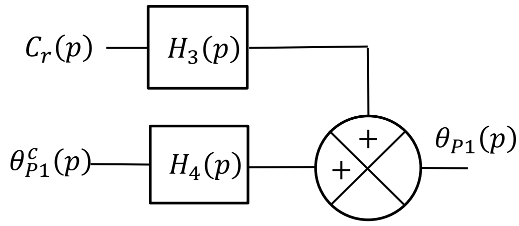
Question 28: Déterminer l'écart généré par le couple résistant sur la position de sortie en degrés

On a :



Rappelons que la formule de l'écart au premier comparateur ne fonctionne que pour une entrée à ce comparateur.

Quoi qu'il arrive, il va nous falloir calculer la fonction H_3 telle que :



$$H_3(p) = \frac{\theta_{P1}(p)}{C_r(p)} = H_2(p) * \frac{\frac{1}{p}}{1 + \frac{K_1K_2R_2H_1(p)}{p}} * R_1 = H_1(p) * \frac{1}{p + K_1K_2R_2H_1(p)} * R_1$$

$$H_3(p) = \frac{\frac{Rk_m}{k_a}}{1 + \tau_m p} * \frac{1}{p + K_1K_2R_2\frac{k_m}{1 + \tau_m p}} * R_1 = \frac{RR_1k_m}{k_a} * \frac{1}{p(1 + \tau_m p) + K_1K_2R_2k_m}$$

$$H_3(p) = \frac{RR_1k_m}{k_aK_1K_2R_2k_m} * \frac{1}{1 + p + \tau_m p^2} = \frac{RR_1}{k_aK_1K_2R_2} * \frac{1}{1 + p + \tau_m p^2} = \frac{K_3}{1 + p + \tau_m p^2}$$

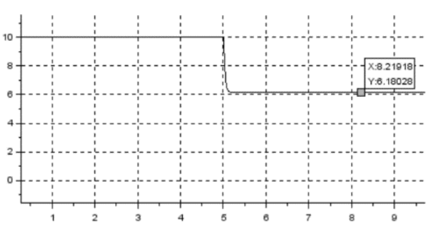
$$K_3 = \frac{RR_1}{k_aK_1K_2R_2} = \frac{1 * \frac{1}{150}}{0{,}02 * 235{,}6 * 0{,}382 * \frac{1}{180}} \approx 0{,}66$$

Méthode 1 : Application de la formule du cours, qui donne l'écart « entrée – sortie » :

$$\varepsilon_2 = \lim_{p \to 0}\left(-pS(p)\right)\Big|_{E_2=0} = -\lim_{p \to 0}\left(pH_3(p)C_r(p)\right) = -\lim_{p \to 0}\left(p\frac{K_3}{1 + p + \tau_m p^2}\frac{C_{r_0}}{p}\right) = -K_3C_{r_0}$$

On sait alors que c'est l'opposé de l'effet de la perturbation sur la position de sortie.

$$\Delta\theta_{p1}^{Cr} = -\varepsilon_2 = K_3C_{r_0} \approx -0{,}66 * 0{,}1 \approx -0{,}066\,rd \approx -3{,}8°$$



Méthode 2 : comme c'est un échelon, on peut estimer son impact directement avec le gain statique

$$\Delta\theta_{p1}^{Cr} = K_3C_{r_0}$$