

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
08/09/2020		TD1

# SLCI

## Révisions 1<sup>o</sup> année

### TD1

#### *Révisions de 1<sup>o</sup> année - MCC*



Programme – Compétences de 1 <sup>o</sup> année		
	MODELISER	Systèmes linéaires continus et invariants: - Modélisation par équations différentielles - Calcul symbolique - fonction de transfert; gain, ordre, classe, pôles, zéros
	MODELISER	Signaux canoniques d'entrée: - impulsion - échelon - rampe - signaux sinusoïdaux
	MODELISER	Schéma-bloc: - fonction de transfert en chaîne directe - fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée
	MODELISER	Modèles de comportement
	RESOUDRE	Réponses temporelle et fréquentielle: - systèmes du 1er et 2e ordre - intégrateur
	RESOUDRE	Rapidité des SLCI: - temps de réponse à 5%
	EXPERIMENTER	Identification temporelle d'un modèle de comportement

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
08/09/2020		TD1

## Exercice 1: Moteur à courant continu

L'objet de cette étude est un moteur à courant continu.



Lorsque l'on impose une tension continue aux bornes de ce moteur, celui-ci accélère jusqu'à une vitesse donnée.

Les équations physiques qui régissent le fonctionnement de ce moteur sont les suivantes :

(1)	$u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$	Equations électriques du moteur à courant continu
(2)	$e(t) = K_e \omega(t)$	
(3)	$c_m(t) = K_c i(t)$	
(4)	$c_f(t) = f \omega(t)$	Couple de frottement proportionnel à la vitesse de rotation
(5)	$c_m(t) - c_f(t) - c_r(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$	Equation issue du principe fondamental de la dynamique

Avec :

- $u(t)$  : Tension d'entrée aux bornes du moteur ( $V$ )
- $e(t)$  : Force contre électromotrice ( $V$ )
- $i(t)$  : Intensité ( $A$ )
- $\omega(t)$  : Vitesse de rotation du moteur ( $rad.s^{-1}$ )
- $c_m(t)$  : Couple moteur ( $N.m$ )
- $c_f(t)$  : Couple de frottement ( $N.m$ )
- $c_r(t)$  : Couple résistant ( $N.m$ )
- $L$  : Inductance de la bobine ( $H$ )
- $f$  : coefficient de frottement visqueux ( $N.m.s.rd^{-1}$ )
- $J$  : Inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur ( $Kg.m^2$ )
- $R$  : Résistance électrique du moteur ( $\Omega$ )
- $K_e$  : Constante de force électromotrice ( $V.rad^{-1}.s$ )
- $K_c$  : Constante de couple ( $N.m.A^{-1}$ )

Remarque : En supposant l'absence de pertes dans la transformation de la puissance électromagnétique ( $P_{em} = EI = K_e I \Omega$ )/mécanique ( $P_m = c_m \Omega = K_c I \Omega$ ), on a  $P_{em} = P_m$ , soit  $K_e = K_c$  !!!

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
08/09/2020		TD1

## **Objectif**

L'objectif de cet exercice est d'obtenir le schéma bloc du moteur et d'en déterminer la fonction de transfert.

### **Schéma bloc et fonction de transfert**

On supposera toutes les conditions initiales nulles pour ce TD.

**Question 1: Traduire ces équations dans le domaine de Laplace**

**Question 2: Représenter les équations (1) (2) (3) (4 + 5) par 4 schémas bloc et mettre en place le schéma bloc du moteur**

**Question 3: Le moteur à courant continu est-il un système asservi ?**

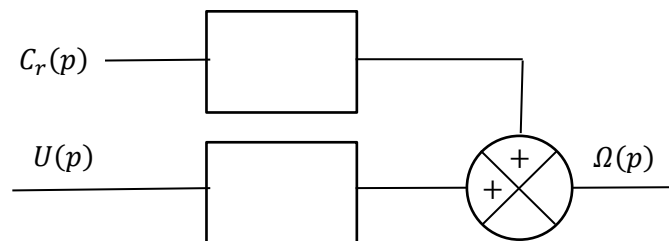
**Question 4: Donner l'expression des fonctions de transfert  $H_U(p)$  et  $H_{C_r}(p)$  telles que  $\Omega(p) = H_U(p)U(p) + H_{C_r}(p)C_r(p)$**

**Question 5: Préciser l'ordre du moteur à courant continu en fonction des coefficients  $L$  et  $J$**

Oui, pour le même moteur, on peut avoir un modèle différent ! Tout dépend des caractéristiques. Par ailleurs, pour un même modèle (1° ou 2° ordre), les fonctions de transfert peuvent varier. En effet, selon les cas, il est possible de **simplifier les fonctions de transfert du MCC** en calculant les valeurs de  $K_e K_c$ ,  $R_f$ ,  $R_J$  et  $L_f$  afin de simplifier les sommes  $K_e K_c + R_f$  ( $R_f \ll K_e K_c$ ?) et  $R_J + L_f$  ( $L_f \ll R_J$ ?). Attention, en aucun cas on peut se permettre de dire :  $f \ll 1$  donc je fais comme si  $f = 0$  !!!!!!!

**Question 6: Mettre les fonctions de transfert sous forme canonique en identifiant leurs coefficients caractéristiques**

**Question 7: Compléter le schéma bloc suivant, équivalent au schéma bloc du moteur**



On met en entrée une tension constante  $U_0$  et on suppose un couple résistant constant  $C_0$  :

$$U(t) = U_0 u(t) \quad ; \quad C_r(t) = C_0 u(t)$$

**Question 8: Déterminer l'influence du couple résistant sur la vitesse de rotation finale  $\omega_\infty$  du moteur**

Dernière mise à jour	Performances des systèmes	Denis DEFAUCHY
08/09/2020	asservis	TD1

## *Simplification du modèle*

On ne s'intéresse plus qu'à la réaction du moteur à une tension d'entrée, soit la fonction  $H_U$ .

On note, dans le cas général :

- $\tau_e = \frac{L}{R}$  la constante de temps électrique du moteur
- $\tau_m = \frac{RJ}{k_e k_c + Rf}$  sa constante de temps électromécanique
- $\alpha = \frac{Rf}{k_e k_c + Rf} < 1$

**Maxpid**

$\tau_e$	0,0003
$\tau_m$	0,391678
$\alpha$	0,251753
$\tau_e/\tau_m$	0,000765
$\alpha\tau_e/\tau_m$	0,000193

Remarque : il arrive que  $\tau_m = \frac{RJ}{k_e k_c}$  si  $Rf \ll k_e k_c$ , par exemple si les frottements sont très faibles

En général,  $\tau_e \ll \tau_m$  (constante de temps électrique petite devant la constante de temps électromécanique, autrement dit très souvent, quand  $L \ll 1$ ), et comme  $\alpha < 1$ , on a aussi  $\alpha\tau_e \ll \tau_m$ . (cf exemple pour Maxpid)

Soit la fonction de transfert :

$$G_U(p) = \frac{K_U}{1 + (\tau_m + \alpha\tau_e)p + \tau_e\tau_m p^2}$$

**Question 9: Montrer que  $G_U(p) = H_U(p)$**

On propose  $H'_U$ , forme simplifiée de  $H_U$  :

$$H'_U(p) = \frac{K}{(1 + \tau_e p)(1 + \tau_m p)}$$

Les deux questions suivantes ont pour but de justifier de la pertinence de proposer cette fonction simplifiée  $H'_U$  :

- Peut-on factoriser le dénominateur ?
- Est-elle presque égale à  $H_U$

**Question 10: Après avoir exprimé le coefficient d'amortissement du système en fonction de  $\tau_e$  et  $\tau_m$  en tenant compte des hypothèses précédentes, justifier la forme de  $H'_U$  proposée**

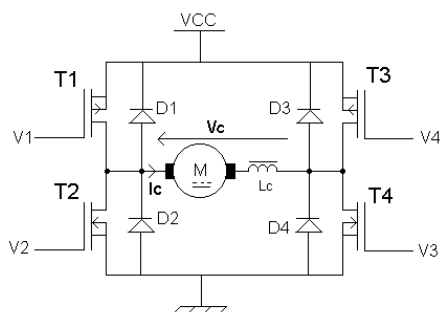
**Question 11: Montrer que la fonction de transfert du moteur peut s'écrire  $H_U(p) \approx H'_U(p)$**

On s'arrête ici pour cette partie, mais cette fonction de transfert est très intéressante ! En effet, nous verrons plus tard (cours réduction de modèles) que le pôle dominant de cette fonction de transfert est le pôle de partie réelle la plus proche de 0, soit  $-\frac{1}{\tau_m}$ . La réponse d'un moteur à courant continu est généralement proche de la réponse du premier ordre  $\frac{K_U}{1 + \tau_m p} U(p) - \frac{K_{Cr}}{1 + \tau_m p} C_r(p)$ , dont le temps de réponse à 5% vaut  $3\tau_m$ .

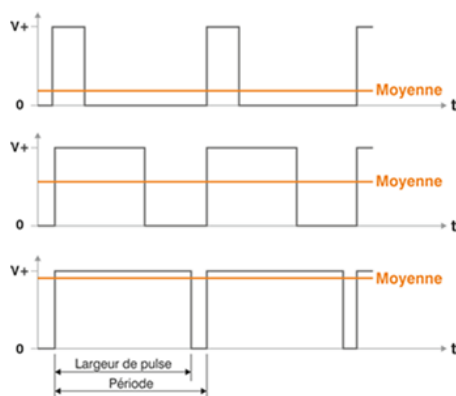
Dernière mise à jour 08/09/2020	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY TD1
------------------------------------	---------------------------------------	-----------------------

## *Pilotage d'un MCC – Hacheur*

Les moteurs à courant continu sont très généralement pilotés à l'aide de hacheurs (je ne rentrerai pas dans tous les détails des types de hacheurs). Ci-dessous, un hacheur 4 cadrans.



Ceux-ci génèrent, à partir d'une tension continue de valeur fixe, une tension rectangulaire qui va directement alimenter le MCC. Un nombre, par exemple codé sur 9 bits (cf Maxpid – 1 bit de signe et 8 bits pour le nombre), permet de générer un signal de commande au hacheur. Celui-ci pilote le rapport cyclique qui va définir le temps où la tension est à sa valeur maximale, et le temps où elle est à sa valeur minimale. Ci-dessous un exemple de signal en sortie du hacheur.



**Question 12: Justifier d'un point de vue fonctionnel le fait que le moteur se comporte comme s'il recevait la valeur moyenne du signal provenant du hacheur**

Plaçons-nous dans le cadre du robot Maxpid. La position de sortie est mesurée par un capteur potentiométrique dont la mesure analogique est convertie en une donnée numérique comparée à l'image de la consigne, numérique elle aussi. Un correcteur numérique est implémenté, et le résultat de ce calcul, un nombre, est envoyé au hacheur via un convertisseur analogique/numérique (CNA) codé sur 9 bits. Le nombre transmis est codé de manière particulière, puisqu'il y a 1 bit de signe et 8 bits pour la valeur. Toutefois, ce codage est transparent pour nous puisqu'il est « décodé » par le hacheur. A ce nombre en entrée de la carte de puissance, est ainsi associé via le hacheur une tension de -24V à 24V.

**Question 13: Proposer un modèle par schéma bloc du hacheur du robot Maxpid (on suppose évidemment que ce hacheur est suivi d'un MCC « voyant » la valeur moyenne du signal émis)**