

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
27/03/2021		TD3 - Sujet

# Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement

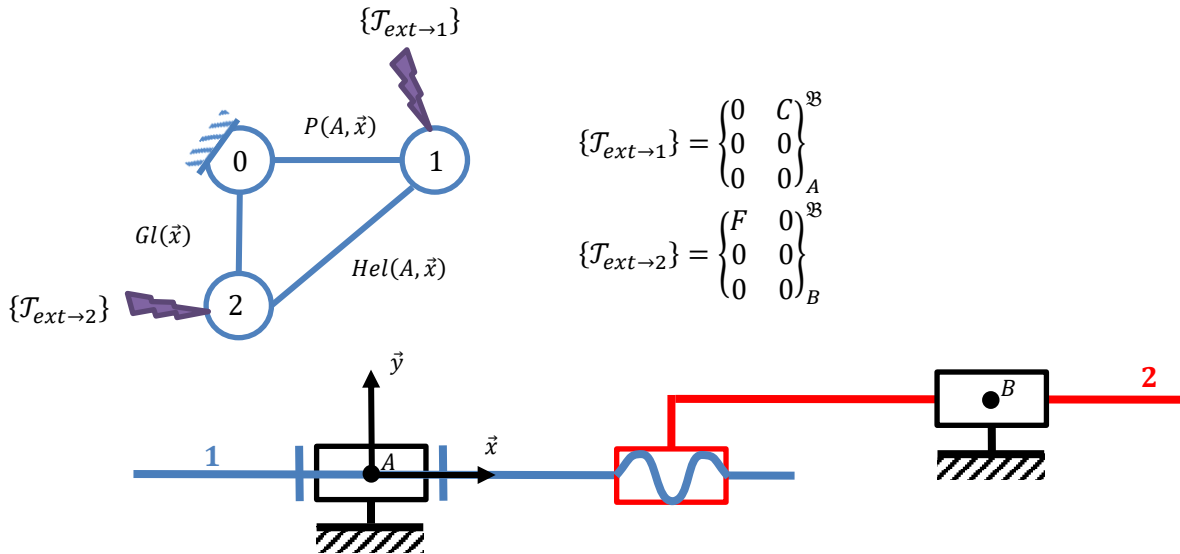
## TD3

### *Théorème de l'Énergie Cinétique*



Programme - Compétences		
C12	RESOUDRE	Choix des isolements Choix des méthodes de résolution Equations différentielles du mouvement
B223	MODELISER	Puissances des actions intérieures et extérieures par rapport à un référentiel galiléen
B224	MODELISER	Théorème de l'énergie cinétique pour la détermination d'actions d'équations différentielles du mouvement

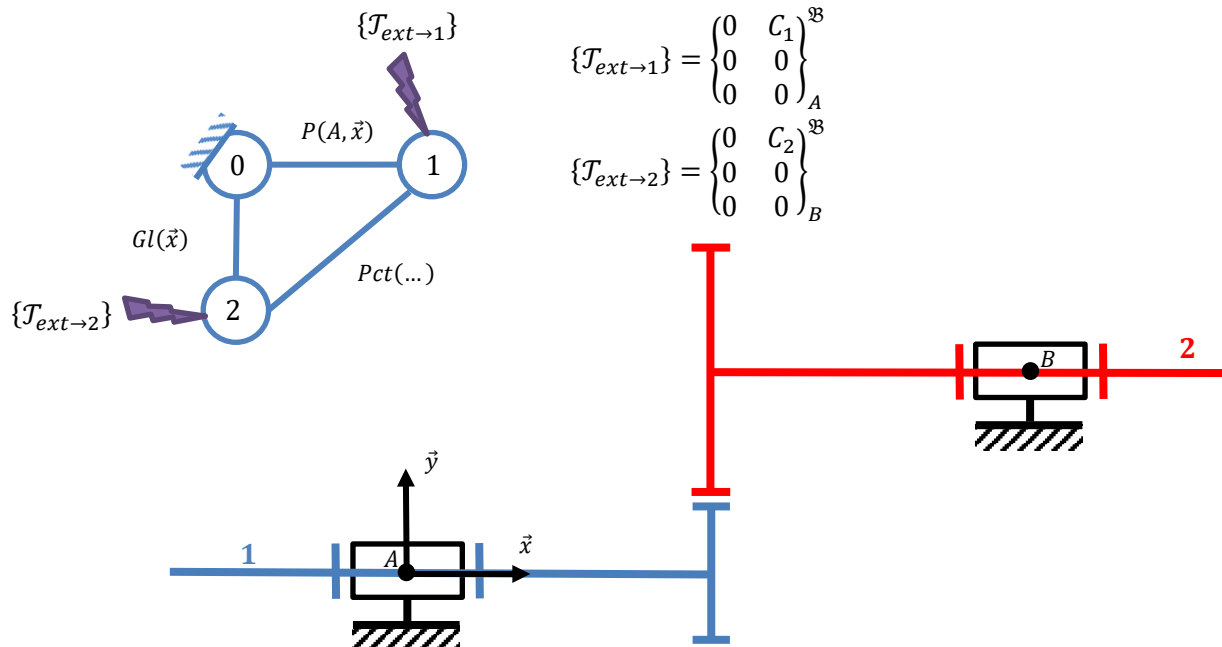
## Exercice 1: Relation hélicoïdale



**Question 1: Retrouver la relation statique dans l'hélicoïdale à l'aide de la relation cinématique**

Pour rappel, un pas « à droite » est positif, sinon  $p < 0$  – Les relations restent inchangées ☺. Quand il y a  $n$  filets, la vis avant d'un pas  $p$  à chaque tour, le pas entre deux dents est alors appelé « pas axial »  $p_x$  tel que  $p = np_x$ .

## Exercice 2: Rendement



Soit  $k$  le rapport de réduction :  $k = \frac{\omega_{20}}{\omega_{10}}$  et  $\mu$  le rendement. L'entrée est la pièce 1.

On se place en régime stationnaire.

**Question 1: Exprimer la relation entre  $C_1$  et  $C_2$  en fonction de  $k$  et  $\mu$  en utilisant le TEC puis en utilisant la définition du rendement**

Dernière mise à jour 27/03/2021	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY TD3 - Sujet
------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------

### Exercice 3: Pont roulant

Le pont roulant est un système mécanique permettant de déplacer des charges d'un point à un autre.



Un pont roulant est généralement composé de deux ensembles mobiles : un chariot 2 est en liaison glissière avec un pont 1 (direction  $\vec{x}$ ), lui-même en liaison glissière avec le bâti 0 (direction  $\vec{y}$ ). Il est généralement composé de trois à quatre motorisations. Un moteur permet de déplacer le chariot 2 sur le pont 1 dans la direction  $\vec{x}$ , un à deux moteurs permettent de déplacer l'ensemble du pont 1 par rapport au bâti dans la direction  $\vec{y}$  et un moteur sur le chariot permet de lever la charge.

Dans cette étude, nous nous intéressons au dimensionnement de la motorisation du chariot 2 et de son système de freinage. Nous considérerons une charge accrochée au crochet du treuil, la masse totale de l'ensemble mobile est notée  $M$ . Pour simplifier l'étude, nous négligerons les effets d'accélération de la charge accrochée au câble et tendant à créer un mouvement de balance. Nous supposons donc que le câble est un solide rigide lié au chariot 2. Nous considérerons par ailleurs que le mouvement du chariot est horizontal et que toutes les liaisons hormis les 5 contacts roues/rails sont parfaites. A ces 5 contacts, il y a roulement sans glissement (RSG), et nous supposons qu'il n'y a pas de résistance au roulement.

Le déplacement du chariot sur le pont supposé fixe dans notre étude est réalisé à l'aide d'un moteur de couple moteur  $C_m$  et de vitesse de rotation  $\omega_m$ , d'un réducteur de rapport de réduction  $k$ , de 4 roues de rayons  $r$  et de vitesse de rotation  $\omega_r$  supportant le poids de l'ensemble et réalisant la liaison glissière horizontale avec le pont 1 et d'une roue de rayon  $R$ , de vitesse de rotation  $\omega_R$  ( $\frac{\omega_R}{\omega_m} = k$ ) qui roule sans glisser sur un rail horizontal fixé au pont 1. Nous supposons que la liaison entre la roue et le rail est parfaite. L'arbre moteur est équipé d'un système de freinage du type frein à disque de couple de frottement  $C_f$ .

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
27/03/2021		TD3 - Sujet

Nous allons déterminer le couple moteur  $C_m$  et le couple de freinage  $C_f$  permettant de choisir les composants qui équiperont le pont roulant dans le but de répondre au besoin défini à l'aide des critères du tableau ci-dessous extraits du cahier des charges :

Critère	Niveau	Flexibilité
Masse en mouvement	$M = 1$ tonnes	$\leq$
Accélération	$a_a = 0,1 \text{ m/s}^2$	$\leq$
Freinage	$a_f = -1 \text{ m/s}^2$	$\leq$
Vitesse de déplacement	$V_D = 1 \text{ m/s}$	$\leq$
Distance d'arrêt	$D_f = 0,5 \text{ m}$	$\leq$
Temps d'arrêt	$t_f = 2 \text{ s}$	$\leq$
Distance d'accélération	$D_a = 6 \text{ m}$	$\leq$

On note  $J_m$  l'inertie de l'arbre moteur,  $J_k$  l'inertie des éléments du réducteur ramenée à l'arbre moteur,  $J_f$  l'inertie des éléments tournants du système de freinage liés à l'arbre moteur, et  $J_R$  l'inertie de la roue motorisée sur son arbre et  $J_r$  l'inertie de chacune des 4 roues de guidage.

On suppose que les couples  $C_m > 0$  et  $C_f < 0$  sont soit nuls, soit constants. On appelle  $V$  la vitesse de translation du chariot et  $a$  son accélération.

Données :

$R = 0,2 \text{ m}$	$r = 0,1 \text{ m}$	$k = 0,1$	$J_r = 0,4 \text{ Kgm}^2$
$J_m = 12 \cdot 10^{-3} \text{ Kgm}^2$	$J_k = 15 \cdot 10^{-3} \text{ Kgm}^2$	$J_f = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ Kgm}^2$	$J_R = 1,25 \text{ Kgm}^2$

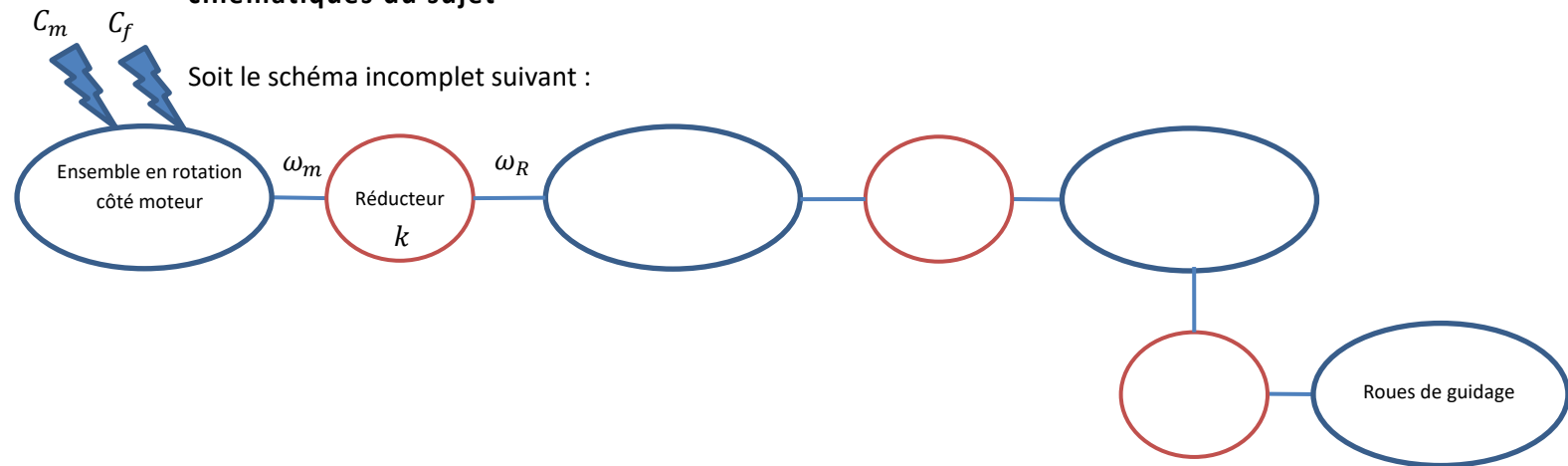
Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY
27/03/2021		TD3 - Sujet

## ***Théorème***

**Question 1:** Proposer le théorème, ses hypothèses, le système isolé et les équations correspondantes permettant d'étudier les lois d'accélération du pont roulant

**Question 2:** Donner l'expression de  $\omega_R$ ,  $V$  et  $\omega_r$  en fonction de  $\omega_m$  et des paramètres cinématiques du sujet

Soit le schéma incomplet suivant :



**Question 3:** Compléter ce schéma en faisant apparaître les masses, inerties, vitesses et relations cinématiques utiles à la détermination de l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces en mouvement du système

**Question 4:** Exprimer l'énergie cinétique de l'ensemble des pièces en mouvement

**Question 5:** Déterminer l'expression et la valeur numérique de l'inertie équivalente du système ramenée à l'arbre moteur

## ***Couples moteur et frein***

**Question 6:** Déterminer l'expression des couples  $C_m$  et  $C_f$  en fonction de  $J_{eq}$ ,  $a_f$ ,  $a_a$ ,  $R$ , et  $k$

**Question 7:** En déduire expressions et valeurs numériques de ces couples pour répondre au cahier des charges

On suppose dans la suite que ces couples sont appliqués de manière constante en phase d'accélération et en phase de freinage. On prendra :

$$C_m = 2,52 \text{ Nm}$$

$$C_f = -25,24 \text{ Nm}$$

Evidemment, on supposera que le frein n'est pas utilisé lors de l'accélération et que le moteur n'est pas utilisé lors du freinage.

Dernière mise à jour	Actions dynamiques des liaisons et	Denis DEFAUCHY
27/03/2021	équations différentielles du mouvement	TD3 - Sujet

### ***Validation de la phase de freinage***

**Question 8:** Exprimer le temps d'arrêt  $t_f$  lors de la phase de freinage de la vitesse  $V_D$  à une vitesse nulle en fonction de la vitesse initiale  $V_D$  et de l'accélération  $a_f$

**Question 9:** Vérifier que ce temps respecte le cahier des charges

**Question 10:** Exprimer la distance  $D_f$  parcourue lors de la phase de freinage de la vitesse  $V_D$  à une vitesse nulle en fonction de la vitesse initiale  $V_D$  et de l'accélération  $a_f$

**Question 11:** En déduire la distance parcourue lors de la phase de freinage et vérifier le critère du cahier des charges

### ***Validation de la phase d'accélération***

**Question 12:** Exprimer la distance  $D_a$  parcourue lors de la phase d'accélération d'une vitesse nulle à la vitesse  $V_D$  en fonction de la vitesse initiale  $V_D$  et de l'accélération  $a_e$

**Question 13:** En déduire la distance parcourue lors de la phase d'accélération et vérifier le critère du cahier des charges

### ***Etude du moteur***

**Question 14:** Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique de la vitesse de rotation maximale du moteur ?

**Question 15:** En déduire la puissance moteur maximale nécessaire au bon fonctionnement du système étudié

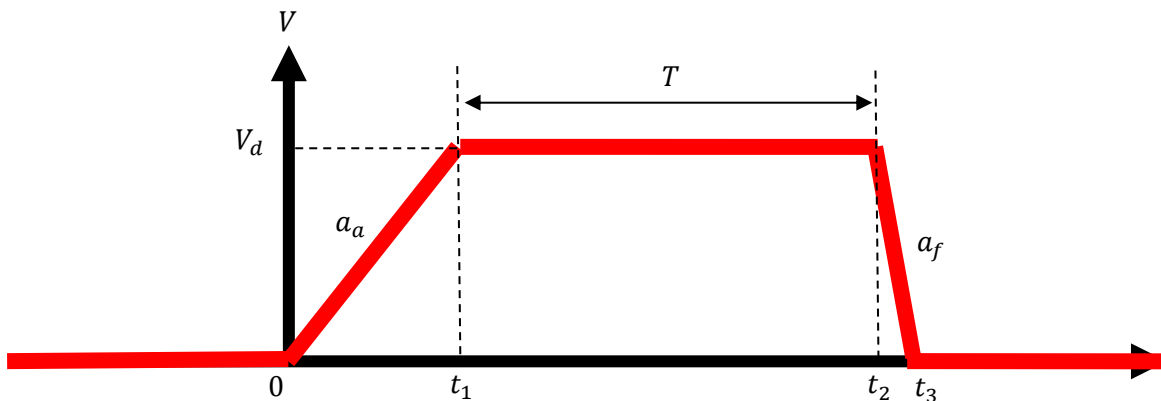
### ***Bilan***

**Question 16:** Conclure sur le choix des équipements permettant de répondre au cahier des charges

Dernière mise à jour 27/03/2021	Actions dynamiques des liaisons et équations différentielles du mouvement	Denis DEFAUCHY TD3 - Sujet
------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------

## Pour aller plus loin

On donne ci-dessous le profile en vitesse du pont roulant mesuré lors d'une utilisation sur toute la course disponible (un système automatique déclenche le frein au moment où cela permettra d'arrêter le pont en fin de course).



On sait que le pont roulant peut se déplacer sur  $L = 30m$  de long.

On donne :

$$t_f = t_3 - t_2 = 1 \text{ s}$$

$$t_a = t_1 = 10 \text{ s}$$

Sachez que chacun des deux calculs ci-dessous est déjà tombé en concours. Toutefois, pour le second, il ne fallait que manipuler des valeurs, et non des expressions littérales, ce qui rendait les choses quand même plus simples.

### Calculs simples

Cf Sujet :

- E3A PSI 2014 Q1 sur un profile en vitesse comme celui proposé ci-dessus
- CCP PSI 2014 Q2 sur un profile en accélération, donc un peu plus difficile
- 

**Question 17: Déterminer la distance parcourue aux temps  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$**

### Calculs plus complexes

Cf Sujet : Centrale PSI 2017 Q14

**Question 18: Déterminer l'expression de la distance parcourue  $d(t)$  par le pont roulant en fonction de  $a_a$ ,  $a_f$ ,  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t$**

Remarque : dans le sujet cité, on travaillait avec des valeurs numériques, ce qui rendait les expressions manipulées plus simples...

**Question 19: En déduire l'expression littérale en fonction de  $L$ ,  $a_a$ ,  $a_f$ ,  $t_a$  et  $t_f$  et la valeur numérique du temps maximal  $T$  à vitesse constante**