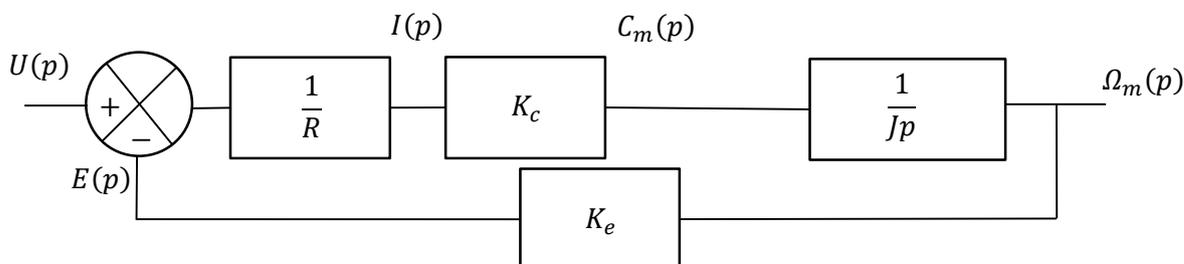


Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/10/2015	SLCI – Cours 1	TD4 - Correction

## Exercice 1: Système du 1° ordre

### Etude du moteur

Question 1: Mettre en place le schéma bloc du moteur



Question 2: Déterminer la fonction de transfert du moteur  $H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$$

$$H_m(p) = \frac{\text{Chaîne Directe}}{1 + \text{FTBO}} = \frac{\frac{k_c}{RJp}}{1 + \frac{k_e k_c}{RJp}} = \frac{\frac{k_c}{k_e k_c}}{\frac{RJ}{k_e k_c} p + 1}$$

$$H_m(p) = \frac{\frac{1}{k_e}}{\frac{RJ}{k_e k_c} p + 1}$$

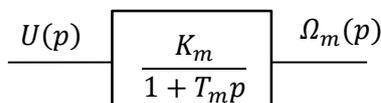
Question 3: Mettre cette fonction de transfert sous la forme d'un système du premier ordre  $H_m(p) = \frac{K_m}{1+T_m p}$  en précisant expression littérale et valeur numérique de  $K_m$  et  $T_m$

$$H_m(p) = \frac{\frac{1}{k_e}}{\frac{RJ}{k_e k_c} p + 1} = \frac{K_m}{1 + T_m p}$$

$$K_m = \frac{1}{k_e} = \frac{1}{0,169} = 5,92 \text{ V. s. rd}^{-1}$$

$$T_m = \frac{RJ}{k_e k_c} = \frac{0,45 * 0,01}{0,169 * 0,17} = 0,157 \text{ s}$$

Question 4: En déduire le modèle simple du moteur composé d'un bloc reliant  $\Omega_m(p)$  et  $U(p)$



Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/10/2015	SLCI – Cours 1	TD4 - Correction

**Question 5: Vérifier que la vitesse de rotation nominale  $\Omega_{nom}$  du moteur lorsqu'il est soumis à un échelon en tension égal à sa tension nominale est correcte.**

On sait que l'on tend vers :  $K_m U_{nom}$

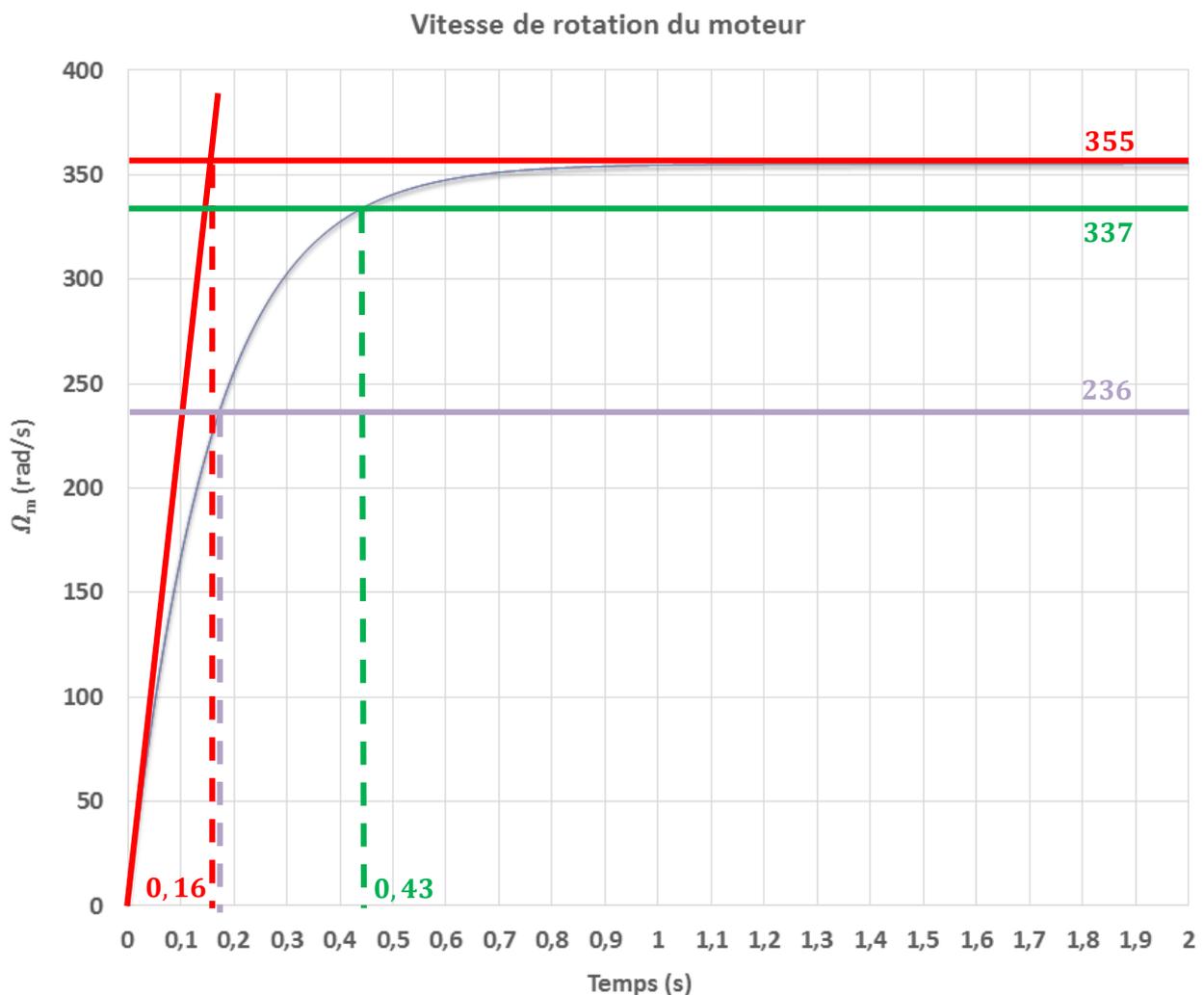
$$U_m(p) = \frac{\Omega_{nom}}{p}$$

$$\Omega_m(p) = H_m(p)U_m(p) = H_m(p) \frac{U_{nom}}{p} = \frac{K_m U_{nom}}{p(1 + T_m p)}$$

$$\Omega_{nom} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} [p\Omega_m(p)] = \lim_{p \rightarrow 0^+} \left[ \frac{K_m U_{nom}}{1 + T_m p} \right] = K_m U_{nom}$$

$$\Omega_{nom} = K_m U_{nom} = 5,91 * 60 = 355 \text{ rad/s}$$

On donne la courbe de réponse du moteur à un échelon à sa tension nominale.



**Question 6: Déterminer les coefficients caractéristiques du moteur à l'aide de sa réponse temporelle**

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/10/2015	SLCI – Cours 1	TD4 - Correction

Pour  $K_m$ , on utilise la valeur finale, facilement lisible

$$K_m = \frac{355}{60} = 5,91$$

$$355 * 0,05 = 17,75$$

Pour  $T_m$ , on utilise la pente à l'origine, sur laquelle il y a une incertitude

$$T_m \approx 0,16$$

Ensuite, en partant du principe que  $K_m$  est plus précis que  $T_m$ , on part de la connaissance de  $K_m$  et on va exploiter deux données

$$0,95s_\infty = 0,95 * 355 = 337,25$$

$$\rightarrow 3T_m \approx 0,43 \Leftrightarrow T_m = 0,143$$

$$\frac{2}{3}s_\infty = 236,6$$

$$\rightarrow T_m \approx 0,17$$

Finalement, on fait la moyenne

$$T_m = \frac{0,16 + 0,143 + 0,17}{3} = 0,1577$$

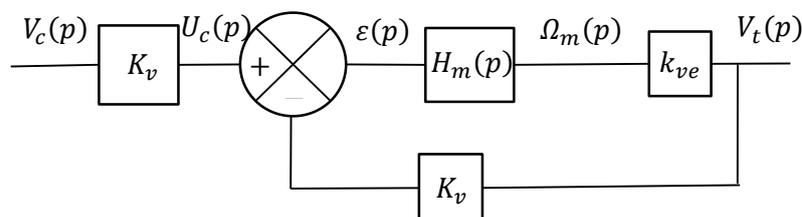
Remarque : on pourrait procéder dans l'autre sens, en partant du principe qu'on est plus précis sur  $T_m$  que  $K_m$ , connaissant  $T_m$ ,

$$s(T_m) = \frac{2}{3}s_\infty$$

$$s(3T_m) = 0,95s_\infty$$

## *Etude de l'asservissement en vitesse*

**Question 7:** Etablir le schéma bloc de l'asservissement en vitesse de la table support de pièce



**Question 8:** En déduire la fonction de transfert  $H(p) = \frac{V_t(p)}{V_c(p)}$  du système.

$$H(p) = \frac{V_t(p)}{V_c(p)} = k_v \frac{H_m(p)k_{ve}}{1 + k_v k_{ve} H_m(p)}$$

$$H(p) = k_v k_{ve} \frac{H_m(p)}{1 + k_v k_{ve} H_m(p)}$$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/10/2015	SLCI – Cours 1	TD4 - Correction

**Question 9: Mettre cette fonction de transfert sous la forme d'un système du premier ordre  $H(p) = \frac{K}{1+Tp}$  en précisant expression littérale et valeur numérique de K et T**

$$H(p) = k_v \frac{k_{ve} \frac{K_m}{1 + T_m p}}{1 + k_{ve} k_v \frac{K_m}{1 + T_m p}}$$

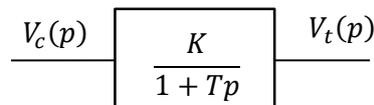
$$H(p) = \frac{k_v k_{ve} K_m}{1 + T_m p + k_{ve} k_v K_m}$$

$$H(p) = \frac{\frac{k_v k_{ve} K_m}{1 + k_{ve} k_v K_m}}{1 + \frac{T_m}{1 + k_{ve} k_v K_m} p} = \frac{K}{1 + Tp}$$

$$K = \frac{k_v k_{ve} K_m}{1 + k_{ve} k_v K_m} = 4,5 \cdot 10^{-2} ; \text{ Sans unité}$$

$$T = \frac{T_m}{1 + k_{ve} k_v K_m} = 0,15 \text{ s}$$

**Question 10: En déduire le modèle simple du système composé d'un bloc reliant  $V_t(p)$  et  $V_c(p)$**



**Question 11: Donner le temps de réponse à 5% du système**

$$t_{r5\%} = 3T = 3 * 0,15 = 0,45 \text{ s}$$

**Question 12: Déterminer la vitesse de translation  $V$  de la table obtenue par cet asservissement**

On sait que l'on tend vers :  $KV_a$

$$V_c(p) = \frac{V_a}{p}$$

$$V_t(p) = H(p)V_c(p) = H(p) \frac{V_a}{p} = \frac{KV_a}{p(1 + Tp)}$$

$$V = \lim_{t \rightarrow +\infty} v_t(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} [pV_t(p)] = \lim_{p \rightarrow 0^+} \left[ \frac{KV_a}{1 + Tp} \right] = KV_a$$

$$V_\infty = KV_a = 4,5 \cdot 10^{-2} * 0,3 = 0,0135 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_\infty - V_a}{V_\infty} = \frac{-0,2865}{0,3} = 95,5\% > 2\%$$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/10/2015	SLCI – Cours 1	TD4 - Correction

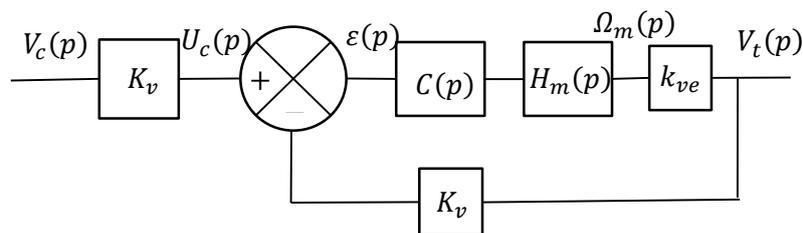
**Question 13: Conclure vis-à-vis du cahier des charges**

Le temps de réponse est inférieur à 1 seconde

Mais l'écart statique est trop important, la tolérance est de 2% sur la vitesse et on a un écart de 95 %...  
Il n'y a pas de dépassement.

On ajoute un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  dans la boucle d'asservissement en vitesse avant le moteur.

**Question 14: Donner le schéma bloc du système avec ce correcteur**



**Question 15: Déterminer la fonction de transfert  $H'(p)$  du système avec ce correcteur**

$$H(p) = k_v \frac{k_{ve} \frac{C(p)K_m}{1 + T_m p}}{1 + k_{ve}k_v \frac{C(p)K_m}{1 + T_m p}}$$

$$H(p) = \frac{k_v k_{ve} C(p) K_m}{1 + T_m p + k_{ve} k_v C(p) K_m}$$

On choisit un correcteur à action proportionnelle :  $C(p) = A > 1$

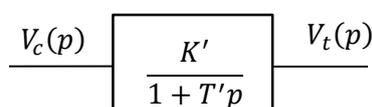
**Question 16: Mettre la fonction de transfert sous la forme  $H'(p) = \frac{K'}{1 + T'p}$**

$$H'(p) = \frac{k_v k_{ve} A K_m}{1 + k_{ve} k_v A K_m + T_m p} = \frac{\frac{k_v k_{ve} A K_m}{1 + k_{ve} k_v A K_m}}{1 + \frac{T_m}{1 + k_{ve} k_v A K_m} p} = \frac{K'}{1 + T'p}$$

$$K' = \frac{A k_v k_{ve} K_m}{1 + A k_{ve} k_v K_m}$$

$$T' = \frac{T_m}{1 + A k_{ve} k_v K_m}$$

**Question 17: En déduire le modèle simple du système composé d'un bloc reliant  $V_t(p)$  et  $V_c(p)$**



Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
15/10/2015	SLCI – Cours 1	TD4 - Correction

**Question 18: Que peut-on dire du temps de réponse du système corrigé**

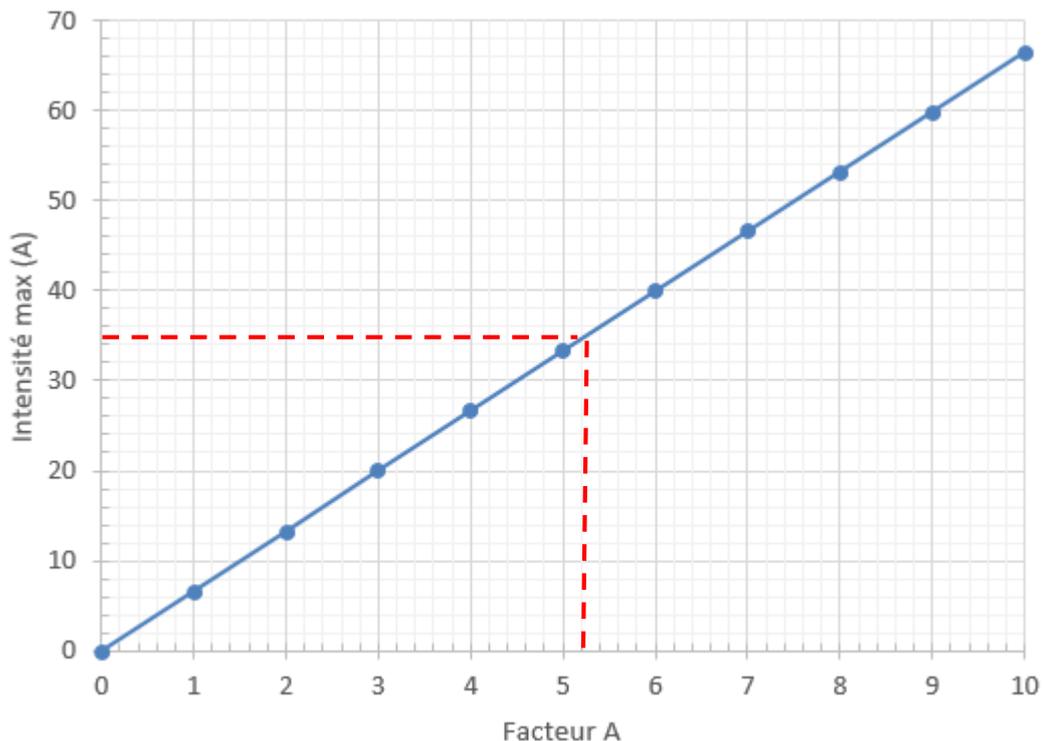
$$T' = \frac{T_m}{1 + Ak_{ve}k_vK_m} < T_m = 0,15$$

On rappelle que  $A > 1$

Il sera toujours inférieur à 1 seconde et répond donc au critère de temps du cahier des charges.

**Question 19: Comment faire pour que l'écart statique soit le plus faible possible**

Il faut  $K' \rightarrow 1$ , soit  $A$  le plus grand possible.



**Question 20: Compte tenu du cahier des charges, préciser la valeur limite  $A_{max}$  que l'on peut prendre**

$$A_{max} = 5,2$$

**Question 21: En déduire les performances les meilleures que ce correcteur permet d'atteindre et conclure vis-à-vis du cahier des charges**

$$K' = \frac{Ak_vk_{ve}K_m}{1 + Ak_{ve}k_vK_m} = 0,197$$

$$V_\infty = 0,059 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_\infty - V_a}{V_\infty} = \frac{0,24}{0,3} = 80\% > 2\%$$

$$T' = \frac{T_m}{1 + Ak_{ve}k_vK_m} = 0,003$$

$$t_{r_{5\%}} = 3T' = 0,009 \text{ s} < 1 \text{ s}$$

L'écart de 2% est complètement non réalisable avec ce correcteur à action proportionnelle.

Il n'y a toutefois pas de dépassement