

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
30/01/2020	SLCI – Cours 1	TD5 - Correction

## Exercice 1: Système du 2° ordre

Question 1: Déterminer la FTBF  $H(p) = \frac{V_t(p)}{V_c(p)}$ , la mettre sous la forme canonique d'un système du second ordre et donner l'expression littérale de ses coefficients caractéristiques

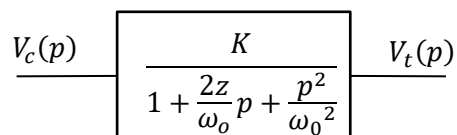
$$H(p) = \frac{k_v k_{ve} \frac{A}{p} K_m}{1 + T_m p + k_{ve} k_v \frac{A}{p} K_m} = \frac{A k_v k_{ve} K_m}{p + T_m p^2 + A k_{ve} k_v K_m}$$

$$H(p) = \frac{A k_v k_{ve} K_m}{A k_{ve} k_v K_m + p + T_m p^2}$$

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{A k_{ve} k_v K_m} + \frac{T_m}{A k_{ve} k_v K_m} p^2} = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_o} p + \frac{p^2}{\omega_o^2}}$$

$K = 1$	$\frac{1}{\omega_o^2} = \frac{T_m}{A k_{ve} k_v K_m}$ $\omega_o = \sqrt{\frac{A k_{ve} k_v K_m}{T_m}}$	$\frac{2z}{\omega_o} = \frac{1}{A k_{ve} k_v K_m}$ $z = \frac{\omega_o}{2 A k_{ve} k_v K_m}$ $z = \frac{1}{2 \sqrt{A k_{ve} k_v K_m T_m}}$
---------	--	--

Question 2: En déduire le modèle simple du système composé d'un bloc reliant  $V_t(p)$  et  $V_c(p)$



Question 3: Que peut-on dire de la précision statique du système

Ce correcteur induit un écart statique nul puisque  $K = 1$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
30/01/2020	SLCI – Cours 1	TD5 - Correction

**Question 4: Démontrer ce résultat à l'aide du théorème de la valeur finale**

$$E(p) = \frac{e_0}{p}$$

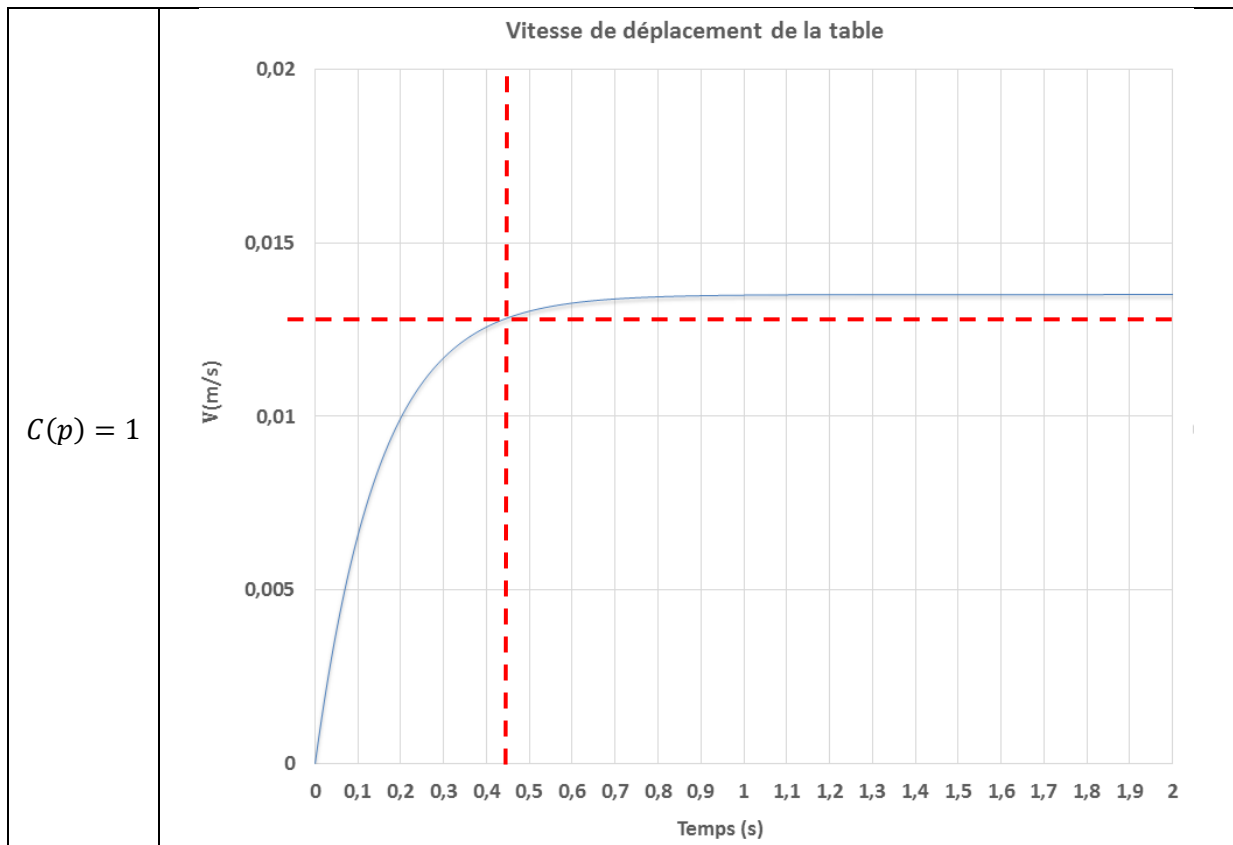
$$\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0^+} pS(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} pH(p)E(p) = \lim_{p \rightarrow 0^+} \frac{e_0 K}{1 + \frac{2z}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = e_0 K = e_0$$

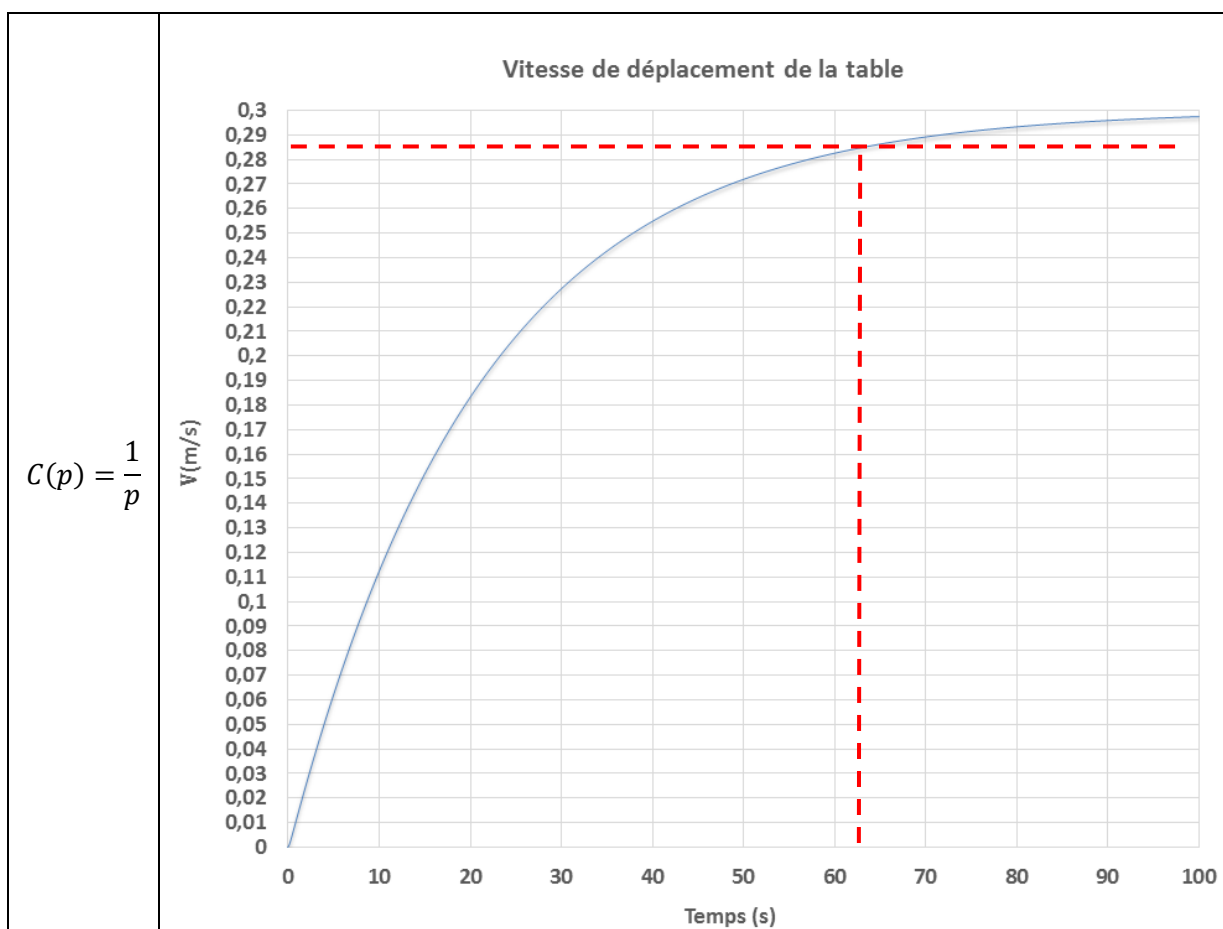
$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} (e(t) - s(t)) = e_0 - e_0 K = e_0(1 - K)$$

$$\varepsilon_s = 0 \text{ si } K = 1$$

On donne la réponse du système avant et après avoir ajouté le nouveau correcteur avec  $A = 1$ .



Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
30/01/2020	SLCI – Cours 1	TD5 - Correction



**Question 5: Décrire l'évolution du comportement de l'asservissement**

L'ajout de ce correcteur permet d'annuler l'écart statique.

Cependant, avec le choix de  $A = 1$ , le temps de réponse est devenu très grand : de 0,43s à 63s

**Question 6: Déterminer le coefficient d'amortissement dans le cas étudié**

$$z = \frac{1}{2\sqrt{Ak_{ve}k_vK_mT_m}} = \frac{1}{2\sqrt{1 * 0,000796 * 10 * 5,92 * 0,156}} = 5,81 \text{ (5,82 sans arrondis)}$$

**Question 7: Déterminer le temps de réponse à 5% du système corrigé sur la courbe de réponse**

On sait qu'il n'y aura pas de dépassement car  $z > 1$

$$5\%KE_0 = 0,05 * 0,3 = 0,015$$

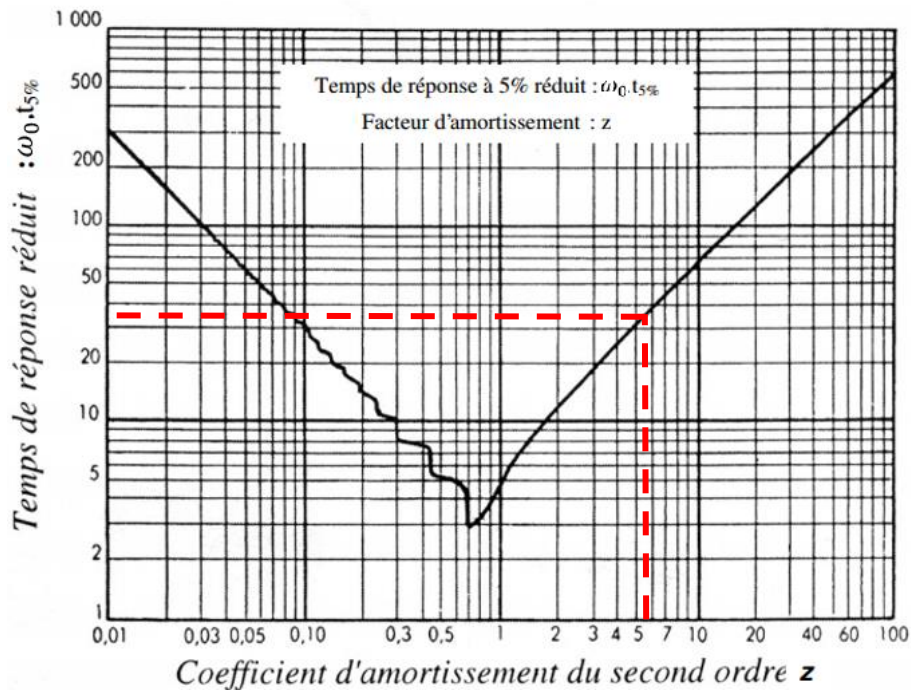
$$0,95KE_0 = 0,285$$

$$t_{r5\%} \approx 63 \text{ s}$$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
30/01/2020	SLCI – Cours 1	TD5 - Correction

**Question 8: Déterminer ce temps à l'aide du graphique des temps de réponse en fonction de z**

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Ak_{ve}k_vK_m}{T_m}} = \sqrt{\frac{1 * 0,000796 * 10 * 5,92}{0,157}} = 0,55$$



$$\begin{aligned} \omega_0 t_{r5\%} &\approx 35 \\ t_{r5\%} &\approx \frac{35}{\omega_0} = \frac{35}{0,55} = 63,6 \text{ s} \end{aligned}$$

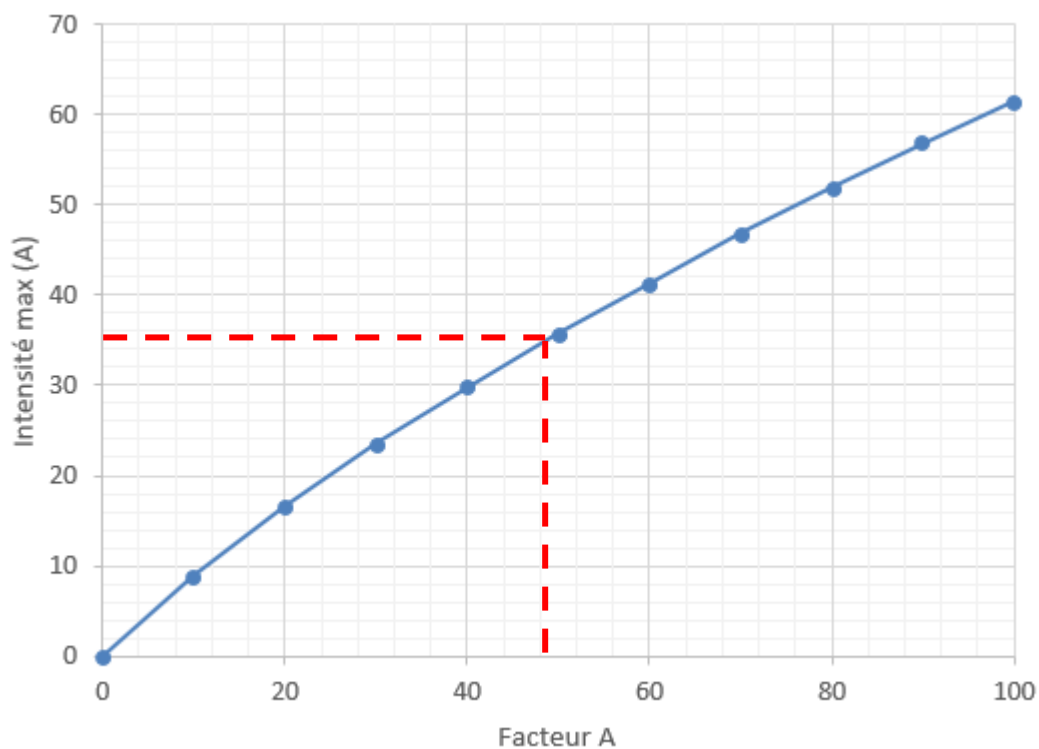
**Question 9: Proposer les valeurs de A permettant d'obtenir les régimes les plus rapides avec et sans dépassement et indiquer le temps de réponse à 5% dans chaque cas**

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{2\sqrt{Ak_{ve}k_vK_mT_m}} \\ 2z &= \frac{1}{\sqrt{Ak_{ve}k_vK_mT_m}} \\ 4z^2 &= \frac{1}{Ak_{ve}k_vK_mT_m} \\ Ak_{ve}k_vK_mT_m &= \frac{1}{4z^2} \\ A &= \frac{1}{4z^2k_{ve}k_vK_mT_m} \end{aligned}$$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
30/01/2020	SLCI – Cours 1	TD5 - Correction

Sans dépassement	Avec dépassement
$z = \frac{1}{1}$ $A = \frac{1}{4 * 0,000796 * 10 * 5,92 * 0,156}$ $A = 33,88$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{Ak_{ve}k_vK_m}{T_m}}$ $= \sqrt{\frac{33,88 * 0,000796 * 10 * 5,92}{0,157}}$ $= 3,19$ $t_{r5\%} \approx \frac{5}{\omega_0} = 1,57 \text{ s}$	$z = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $A = \frac{1}{4 * 2 * 0,000796 * 10 * 5,92 * 0,156}$ $A = 67,77$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{Ak_{ve}k_vK_m}{T_m}}$ $= \sqrt{\frac{67,77 * 0,000796 * 10 * 5,92}{0,157}}$ $= 4,51$ $t_{r5\%} \approx \frac{3}{\omega_0} = 0,66 \text{ s}$

**Question 10: Compte tenu du cahier des charges, préciser la valeur limite  $A_{max}$  que l'on peut prendre**



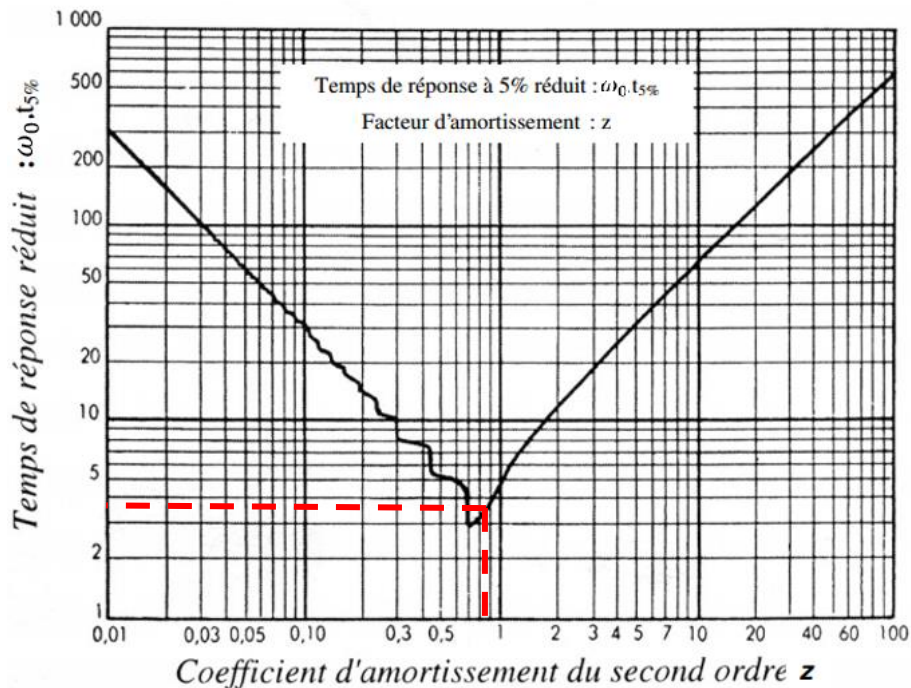
$$A_{max} = 48$$

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
30/01/2020	SLCI – Cours 1	TD5 - Correction

**Question 11: En déduire le coefficient d'amortissement et temps de réponse à 5% du système**

$$z = \frac{1}{2\sqrt{Ak_{ve}k_vK_mT_m}} = \frac{1}{2\sqrt{48 * 0,000796 * 10 * 5,92 * 0,156}} = 0,84$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{Ak_{ve}k_vK_m}{T_m}} = \sqrt{\frac{48 * 0,000796 * 10 * 5,92}{0,157}} = 3,80$$



$$t_{r5\%} \approx \frac{3,5}{\omega_0} = 0,92 \text{ s}$$

*Précision moyenne – Echelle logarithmique*

**Question 12: Finalement, préciser le correcteur retenu et récapituler les performances du système vis-à-vis du cahier des charges**

$$C(p) = \frac{48}{p}$$

$$t_{r5\%} = 0,92 \text{ s} < 1 \text{ s}$$

$$I \leq 35 \text{ A}$$

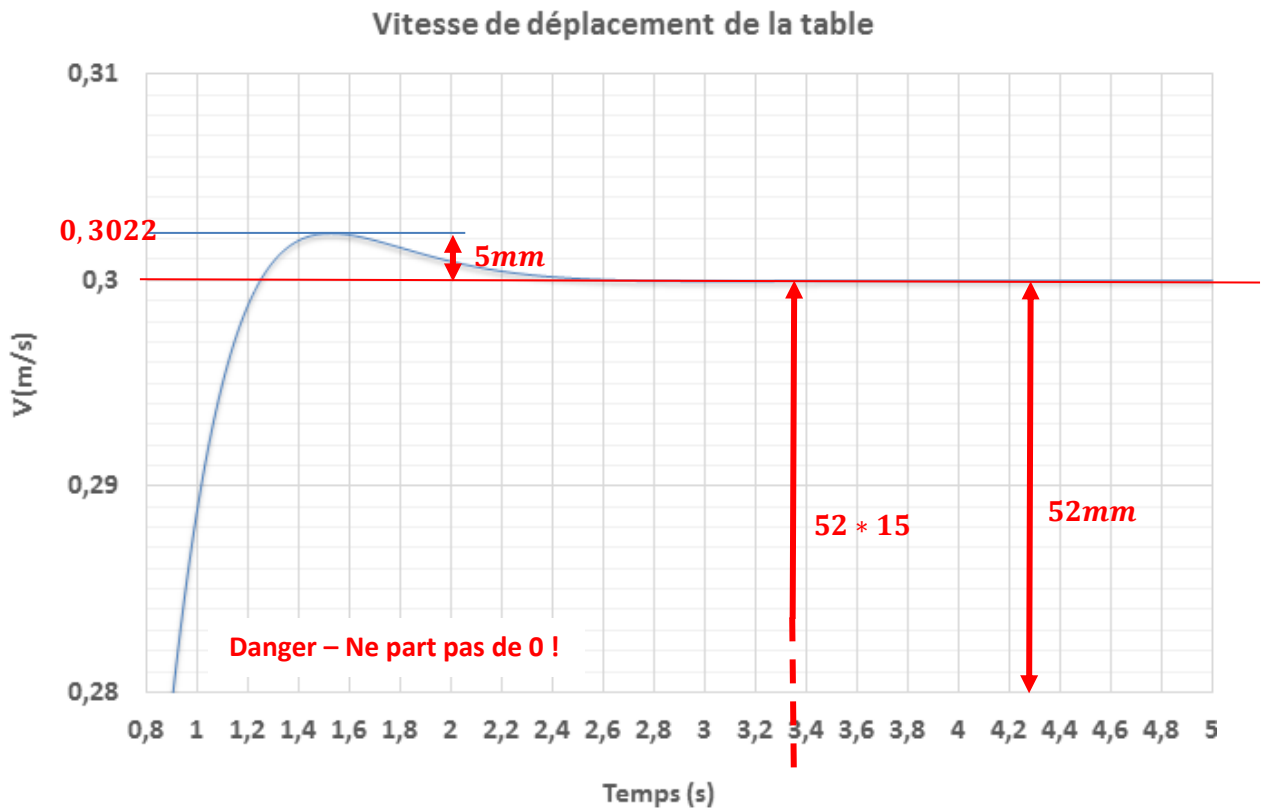
$$\varepsilon_s = 0$$

Cette correction permet au système de répondre aux critères du cahier des charges.

Il reste à valider les critères de dépassement et de distance parcourue pour atteindre la vitesse de consigne.

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
30/01/2020	SLCI – Cours 1	TD5 - Correction

On donne la fin de la courbe de réponse du système pour  $A = A_{max}$ .



**Question 13: Calculer le dépassement théorique de la réponse du système, le comparer à la valeur obtenue et conclure vis-à-vis du critère du cahier des charges**

$$D_{1\%} = e^{-\frac{\pi z}{\sqrt{1-z^2}}} = e^{-\frac{0,84 \cdot \pi}{\sqrt{1-0,84^2}}}$$

$$D_{1\%} = 0,0077 = 0,77 \%$$

$$D_{1\%} = \frac{0,3022 - 0,3}{0,3} * 100 = 0,73\%$$

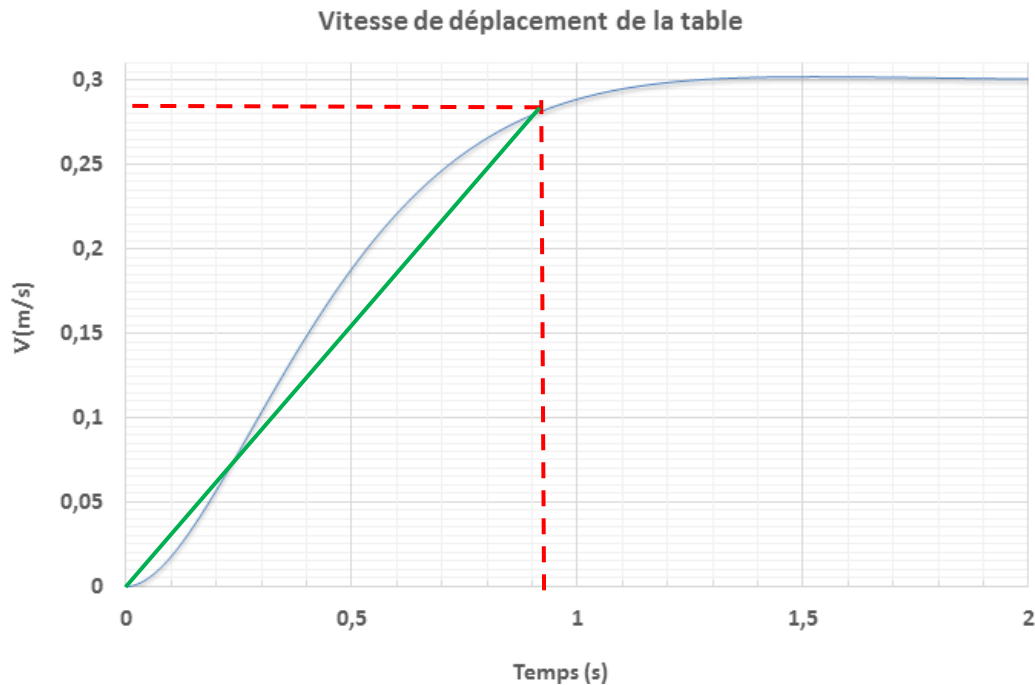
$$D_{1\%} = \frac{5}{15 * 52} * 100 = 0,64\%$$

Mesures réalisées par les élèves sur le sujet.

Ce dépassement est inférieur aux quelques pourcents autorisés, le cahier des charges est validé.

Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
30/01/2020	SLCI – Cours 1	TD5 - Correction

**Question 14:** En précisant les hypothèses choisies, déterminer et commenter la distance parcourue par la table pendant le temps d'accélération de 0 à 95% de la valeur finale et conclure vis-à-vis du cahier des charges



On approche la vitesse à une droite sur la phase d'accélération affine :

$$v(t) = at = \frac{95\% * V_a}{t_{r_{5\%}}} t = \frac{0,95 * 0,3}{0,92} t = 0,31t$$

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$$

$$x(t) = \int_0^t v(u) du$$

$$x(t_{r_{5\%}}) = \int_0^{t_{r_{5\%}}} v(u) du$$

$$d = \int_0^{t_{r_{5\%}}} at dt = \frac{at_{r_{5\%}}^2}{2}$$

$$d = \frac{95\% * V_a * t_{r_{5\%}}^2}{2} = 0,95 \frac{V_a t_{r_{5\%}}^2}{2}$$

$$d = 0,95 \frac{0,3 * 0,92}{2} = 13 \text{ cm} < 15 \text{ cm}$$

Le cahier des charges est ici aussi validé.

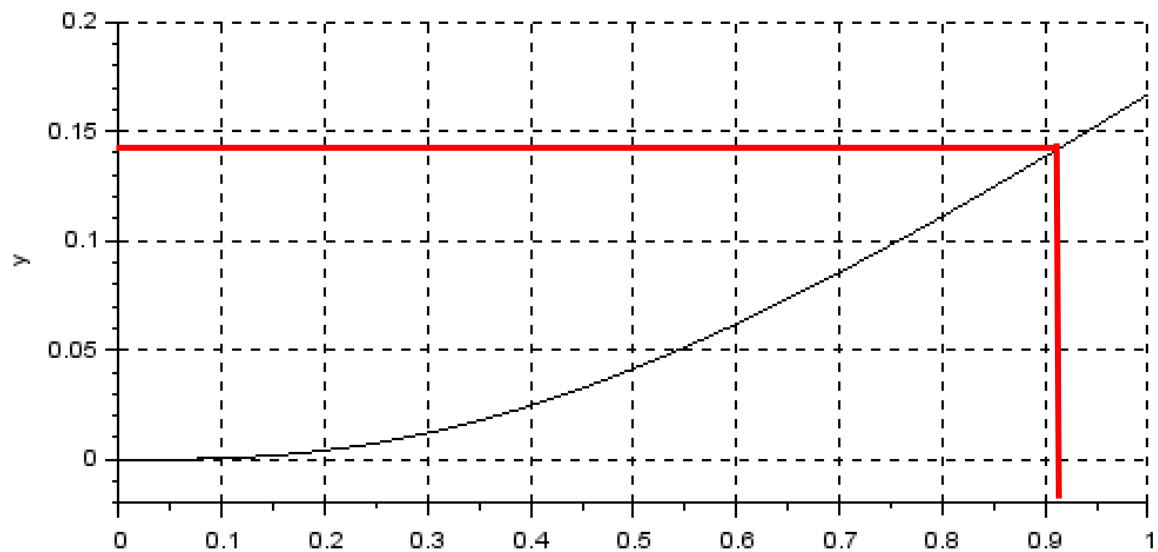
On aurait directement pu écrire :

$$d = \frac{0,95 * V_a * t_{r_{5\%}}}{2} = 0,95 * \frac{0,3 * 0,92}{2}$$



Dernière mise à jour	TD	Denis DEFAUCHY
30/01/2020	SLCI – Cours 1	TD5 - Correction

**Question 15: Validez les résultats obtenus à la question précédente**



A 0,92s, on est bien à 14 cm parcourus...

**Question 16: Que pensez-vous de l'asservissement vis-à-vis de la correction de la perturbation en échelon de couple ?**

On voit que la perturbation est corrigée ☺ Mais cela met un peu de temps, de l'ordre d'1 à 1,5s.