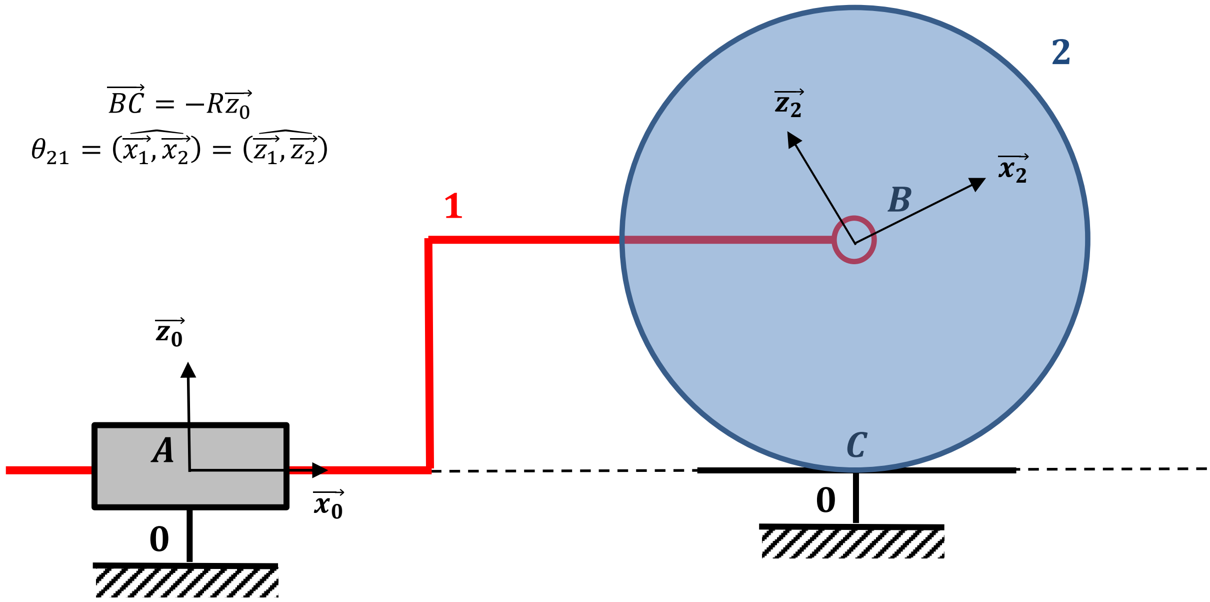
Cinématique du contact

Exercice 1: Banc d'essai de roulement



Roulement sans glissement

Question 1: Déterminer la relation liant la vitesse de rotation Ω_{21} et la vitesse dans la glissière V_{10} dans le cas où il y a roulement sans glissement en C

$$\vec{V}(C,2/0) = \vec{0}$$
$$\vec{V}(\mathrm{C},2/1) + \vec{V}(\mathrm{C},1/0) = \vec{0}$$

$$\vec{V}(\mathrm{C},2/1) = \vec{V}(B,2/1) + \overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega_{21}} = R\overrightarrow{z_0}\wedge\Omega_{21}\overrightarrow{y_0} = -R\Omega_{21}\overrightarrow{x_0}$$
$$\vec{V}(\mathrm{C},1/0) = \mathrm{V}_{10}\overrightarrow{x_0}$$

$$(\mathrm{V}_{10} - R\Omega_{21})\overrightarrow{x_0} = \vec{0}$$

$$\mathrm{V}_{10} = R\Omega_{21}$$

Remarque : c'est juste, si $\Omega_{21} > 0$, on tourne en sens indirect sur la figure car $\overrightarrow{y_0}$ va vers l'arrière

On impose une vitesse dans la glissière V_{10} et on laisse libre la liaison pivot $2/1$ en B.

$$R = 50\ cm$$

Question 2: Déterminer la valeur de la vitesse de rotation $\boldsymbol{\Omega_{21}}$ pour $\boldsymbol{V_{10} = 1\ m.s^{-1}}$

$$\mathrm{V}_{10} = R\Omega_{21}$$
$$\Omega_{21} = \frac{\mathrm{V}_{10}}{R} = \frac{1}{0{,}5} = 2\ rd.s^{-1}$$

Vitesse de glissement

On motorise la liaison pivot $2/1$ en B et on impose une vitesse de rotation Ω_{21} en parallèle de la vitesse dans la glissière V_{10}.

Question 3: Déterminer l'expression littérale de la vitesse de glissement $\boldsymbol{V_G}$ en $\boldsymbol{C}$

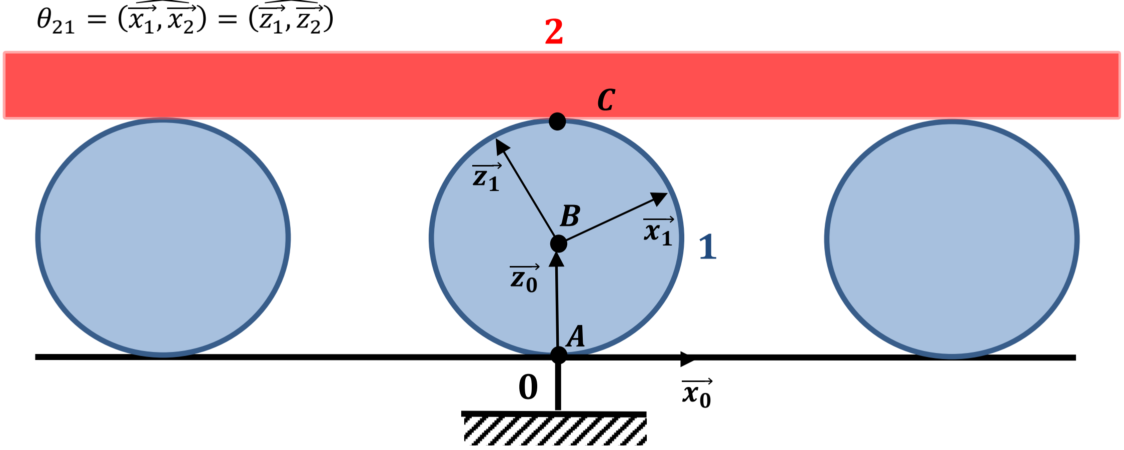
$$\vec{V}(C,2/0) = \vec{V}(\mathrm{C},2/1) + \vec{V}(\mathrm{C},1/O)$$
$$\vec{V}(C,2/0) = (\mathrm{V}_{10} - R\Omega_{21})\overrightarrow{x_0}$$
$$V_G = \left\|\vec{V}(C,2/0)\right\| = \mathrm{V}_{10} - R\Omega_{21}$$

Question 4: Application numérique : $\boldsymbol{V_{10} = 1\ m.s^{-1}}$ et $\boldsymbol{\Omega_{21} = 10\ tr.min^{-1}}$

$$V_G = 1 - 0{,}5 * 10\frac{2\pi}{60} = 0{,}476\ m.s^{-1}$$

Exercice 2: Transport de menhirs

$$\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{z_0}$$
$$\theta_{21} = (\widehat{\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2}}) = (\widehat{\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{z_2}})$$



Question 1: En exploitant la propriété de roulement sans glissement en A, exprimer la vitesse $\vec{V}(B,1/0)$ en fonction de R, Ω_{10} et d'un vecteur donné

$$\vec{V}(A,1/0) = \vec{0}$$
$$\vec{V}(B,1/0) = \vec{V}(A,1/0) + \overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{\Omega_{10}} = -R\overrightarrow{z_0}\wedge\Omega_{10}\overrightarrow{y_0} = R\Omega_{10}\overrightarrow{x_0}$$

Question 2: De même, exprimer $\vec{V}(C,1/0)$ en fonction de Ω_{10}, R et d'un vecteur donné

$$\vec{V}(C,1/0) = \vec{V}(A,1/0) + \overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{\Omega_{10}} = -2R\overrightarrow{z_0}\wedge\Omega_{10}\overrightarrow{y_0} = 2R\Omega_{10}\overrightarrow{x_0}$$

Question 3: Dans quelle direction se déplace le menhir ?

$$\Omega_{10} > 0$$

Vers la droite, sens $\overrightarrow{x_0}$

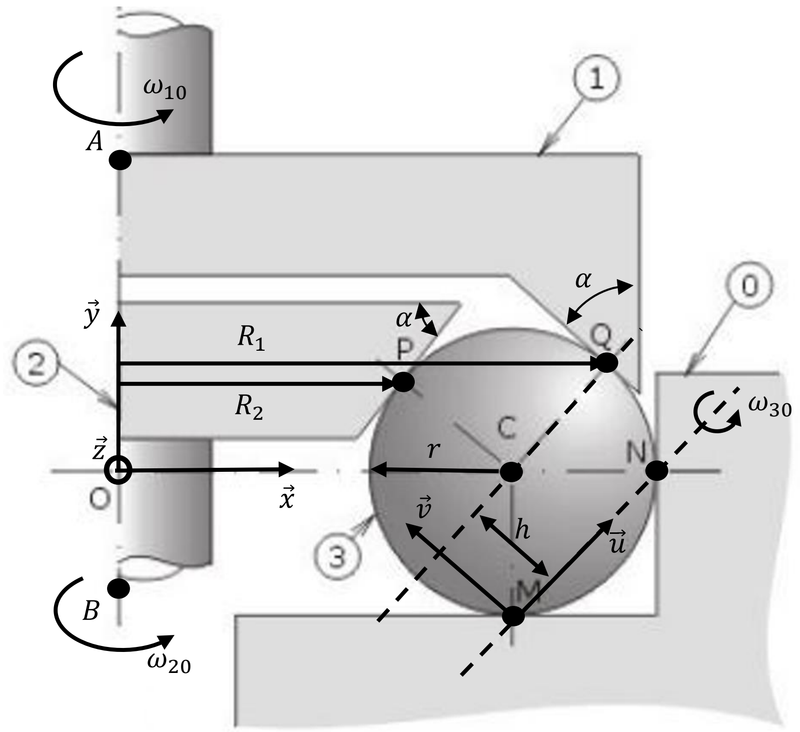
Question 4: En exploitant la propriété de roulement sans glissement en C, exprimer $\vec{V}(C,2/0)$ en fonction de Ω_{10}, R et d'un vecteur donné

$$\vec{V}(C,2/1) = \vec{0}$$
$$\vec{V}(\mathrm{C},2/0) + \vec{V}(\mathrm{C},0/1) = \vec{0}$$
$$\vec{V}(\mathrm{C},2/0) = \vec{V}(\mathrm{C},1/0)$$
$$\vec{V}(\mathrm{C},2/0) = 2R\Omega_{10}\overrightarrow{x_0}$$

Question 5: En déduire le rapport entre les vitesses de déplacement du rondin $\boldsymbol{V_R}$ et du menhir $\boldsymbol{V_M}$

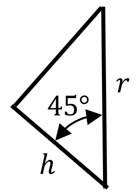
$$\Omega_{10} > 0$$
$$V_R = \left\|\vec{V}(C,2/0)\right\| = 2R\Omega_{10}$$
$$V_M = \left\|\vec{V}(B,1/0)\right\| = R\Omega_{10}$$
$$\frac{V_R}{V_M} = 2$$

Exercice 3: Réducteur à billes



Question 1: Exprimer h en fonction de r

$$h = r\cos 45 = r\frac{\sqrt{2}}{2}$$



Question 2: Exprimer $\vec{V}(Q,1/0)$ en fonction de R_1 et $\dot{\theta}_{10}$

$$\vec{V}(Q,1/0) = \vec{V}(A,1/0) + \overrightarrow{QA}\wedge\overrightarrow{\Omega_{10}} = (-R_1\vec{x} + \cdots\vec{y})\wedge\dot{\theta}_{10}\vec{y} = -R_1\dot{\theta}_{10}\vec{z}$$

Question 3: Exprimer $\vec{V}(P,2/0)$ en fonction de R_2 et $\dot{\theta}_{20}$

$$\vec{V}(P,2/0) = \vec{V}(B,2/0) + \overrightarrow{PB}\wedge\overrightarrow{\Omega_{20}} = (-R_2\vec{x} - \cdots\vec{y})\wedge\dot{\theta}_{20}\vec{y} = -R_2\dot{\theta}_{20}\vec{z}$$

Question 4: Exprimer les relations de roulement sans glissement en M et N

$$\vec{V}(M,3/0) = \vec{V}(N,3/0) = \vec{0}$$

Question 5: Montrer que $\beta = \gamma = 0$

$$\overrightarrow{MN} = \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} \quad avec\ L > 0$$

$$\vec{V}(M,3/0) = \vec{V}(N,3/0) + \overrightarrow{MN}\wedge\overrightarrow{\Omega_{30}}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN}\wedge\overrightarrow{\Omega_{30}} = \vec{0}$$

$$\begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} \wedge \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} = \begin{pmatrix} 0 \\ L\gamma \\ L\beta \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} \Leftrightarrow \gamma = \beta = 0$$

Soit :

$$\overrightarrow{\Omega_{30}} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'}$$

Question 6: Montrer que $\forall P \in (MN), \vec{V}(P,3/0) = \vec{0}$

$$\vec{V}(P,3/0) = \vec{V}(M,3/0) + \overrightarrow{PM}\wedge\overrightarrow{\Omega_{30}} = \begin{pmatrix} -a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} \wedge \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{30} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'}$$

Question 7: Exprimer $\vec{V}(Q,3/0)$ en fonction de h et $\dot{\theta}_{30}$

$$\vec{V}(Q,3/0) = \vec{V}(M,3/0) + \overrightarrow{QM}\wedge\overrightarrow{\Omega_{30}} = \begin{pmatrix} \cdots \\ -h \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} \wedge \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{30} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} = h\dot{\theta}_{30}\vec{z}$$

Question 8: Exprimer $\vec{V}(P,3/0)$ en fonction de h, r et $\dot{\theta}_{30}$

$$\vec{V}(P,3/0) = \vec{V}(M,3/0) + \overrightarrow{PM}\wedge\overrightarrow{\Omega_{30}} = \begin{pmatrix} \cdots \\ -(h+r) \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} \wedge \begin{pmatrix} \dot{\theta}_{30} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathfrak{B}'} = (h+r)\dot{\theta}_{30}\vec{z}$$

Question 9: En exploitant le RSG en $\boldsymbol{Q}$, déterminer la relation liant $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{10}$ et $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{30}$

$$\vec{V}(Q,3/1)=\vec{0}$$
$$\vec{V}(Q,3/0)=\vec{V}(Q,1/0)$$
$$h\dot{\theta}_{30}\vec{z}=-R_1\dot{\theta}_{10}\vec{z}$$
$$h\dot{\theta}_{30}=-R_1\dot{\theta}_{10}$$

Question 10: En exploitant le RSG en $\boldsymbol{P}$, déterminer la relation liant $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{20}$ et $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{30}$

$$\vec{V}(P,3/2)=\vec{0}$$
$$\vec{V}(P,3/0)=\vec{V}(P,2/0)$$
$$(h+r)\dot{\theta}_{30}\vec{z}=-R_2\dot{\theta}_{20}\vec{z}$$
$$(h+r)\dot{\theta}_{30}=-R_2\dot{\theta}_{20}$$

Question 11: En déduire la relation liant $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{10}$ et $\dot{\boldsymbol{\theta}}_{20}$ en fonction de $\boldsymbol{R_1}$ et $\boldsymbol{R_2}$

$$h\dot{\theta}_{30}=-R_1\dot{\theta}_{10}$$
$$(h+r)\dot{\theta}_{30}=-R_2\dot{\theta}_{20}$$
$$\frac{h}{h+r}=\frac{R_1}{R_2}\frac{\dot{\theta}_{10}}{\dot{\theta}_{20}}$$
$$\frac{\dot{\theta}_{20}}{\dot{\theta}_{10}}=\frac{R_1}{R_2}\frac{h+r}{h}$$

$$h=r\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\dot{\theta}_{20}}{\dot{\theta}_{10}}=\frac{R_1}{R_2}\frac{r\frac{\sqrt{2}}{2}+r}{r\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{\dot{\theta}_{20}}{\dot{\theta}_{10}}=\frac{R_1}{R_2}\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}+1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{R_1}{R_2}\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{\frac{\dot{\theta}_{20}}{\dot{\theta}_{10}}=\frac{R_1}{R_2}\frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}}$$

Exercice 4: Déplacement d'une voiture

Position du centre de rotation $5/0$

Question 1: Exprimer les conditions de roulement sans glissement en C' et D'

$$\vec{V}(C',3/0)=\vec{V}(D',4/0)=\vec{0}$$

Question 2: Montrer que $\vec{V}(C',5/0)=\vec{V}(C,5/0)$ et $\vec{V}(D',5/0)=\vec{V}(D,5/0)$

$$\vec{V}(C',5/0)=\vec{V}(C,5/0)+\overrightarrow{C'C}\wedge\overrightarrow{\Omega_{50}}=\vec{V}(C,5/0)+r\overrightarrow{z_0}\wedge\omega\overrightarrow{z_0}=\vec{V}(C,5/0)$$
$$\vec{V}(D',5/0)=\vec{V}(D,5/0)+\overrightarrow{D'D}\wedge\overrightarrow{\Omega_{30}}=\vec{V}(D,5/0)+r\overrightarrow{z_0}\wedge\omega\overrightarrow{z_0}=\vec{V}(D,5/0)$$

Question 3: En exploitant les relations précédentes, exprimer $\vec{V}(C,5/0)$ en fonction de r, ω_{35} et $\overrightarrow{b_C}$ et $\vec{V}(D,5/0)$ en fonction de r et ω_{45} et $\overrightarrow{b_D}$

$$\vec{V}(\mathrm{C},5/0)=\vec{V}(C',5/0)=\vec{V}(C',5/3)+\vec{V}(C',3/0)=\vec{V}(C',5/3)$$
$$\vec{V}(C',5/3)=\vec{V}(\mathrm{C},5/3)+\overrightarrow{C'C}\wedge\omega_{53}\overrightarrow{a_C}=r\overrightarrow{z_0}\wedge\omega_{53}\overrightarrow{a_C}=r\omega_{53}\overrightarrow{b_C}=-r\omega_{35}\overrightarrow{b_C}$$
$$\boldsymbol{\vec{V}(C,5/0)=-r\omega_{35}\overrightarrow{b_C}}$$

$$\vec{V}(\mathrm{D},5/0)=\vec{V}(D',5/0)=\vec{V}(D',5/4)+\vec{V}(D',4/0)=\vec{V}(D',5/4)$$
$$\vec{V}(D',5/4)=\vec{V}(\mathrm{D},5/4)+\overrightarrow{D'D}\wedge\omega_{54}\overrightarrow{a_D}=r\overrightarrow{z_0}\wedge\omega_{54}\overrightarrow{a_D}=r\omega_{54}\overrightarrow{b_D}=-r\omega_{45}\overrightarrow{b_D}$$
$$\boldsymbol{\vec{V}(D,5/0)=-r\omega_{45}\overrightarrow{b_D}}$$

Question 4: Exprimer $\vec{V}(C,5/0)$ en fonction de R_C, ω et $\overrightarrow{u_C}\wedge\overrightarrow{z_0}$ et $\vec{V}(D,5/0)$ en fonction de R_D, ω et $\overrightarrow{u_D}\wedge\overrightarrow{z_0}$

$$\vec{V}(C,5/0)=\vec{V}(O,5/0)+\overrightarrow{CO}\wedge\omega\overrightarrow{z_0}=-R_C\overrightarrow{u_C}\wedge\omega\overrightarrow{z_0}=-R_C\omega(\overrightarrow{u_C}\wedge\overrightarrow{z_0})$$
$$\vec{V}(D,5/0)=\vec{V}(O,5/0)+\overrightarrow{DO}\wedge\omega\overrightarrow{z_0}=-R_D\overrightarrow{u_D}\wedge\omega\overrightarrow{z_0}=-R_D\omega(\overrightarrow{u_D}\wedge\overrightarrow{z_0})$$

Question 5: En déduire que $\overrightarrow{u_C} \perp \overrightarrow{b_C}$ et $\overrightarrow{u_D} \perp \overrightarrow{b_D}$

$$\vec{V}(C,5/0) = -r\omega_{35}\overrightarrow{b_C} = -R_C\omega(\overrightarrow{u_C} \wedge \overrightarrow{z_0})$$
$$\left\|\overrightarrow{b_C}\right\| = \|\overrightarrow{u_C}\| = \|\overrightarrow{z_0}\| = 1$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{b_C} = \pm\overrightarrow{u_C} \wedge \overrightarrow{z_0}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{b_C} \perp \overrightarrow{u_C}$$

$$\vec{V}(D,5/0) = -r\omega_{45}\overrightarrow{b_D} = -R_D\omega(\overrightarrow{u_D} \wedge \overrightarrow{z_0})$$
$$\left\|\overrightarrow{b_D}\right\| = \|\overrightarrow{u_D}\| = \|\overrightarrow{z_0}\| = 1$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{b_D} = \pm\overrightarrow{u_D} \wedge \overrightarrow{z_0}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{b_D} \perp \overrightarrow{u_D}$$

Question 6: En déduire que $\overrightarrow{u_C} = \pm\overrightarrow{u_D}$

Les vecteurs $\overrightarrow{b_C}, \overrightarrow{b_D}, \overrightarrow{u_C}, \overrightarrow{u_D}$ étant dans le plan horizontal
On a montré que : $\overrightarrow{b_C} \perp \overrightarrow{u_C}$, $\overrightarrow{b_D} \perp \overrightarrow{u_D}$ et $\overrightarrow{b_C} // \overrightarrow{b_D}$ alors

$$\Rightarrow \overrightarrow{u_C} // \overrightarrow{u_D}$$
$$\overrightarrow{u_C} = \pm\overrightarrow{u_D}$$

Question 7: En déduire que le centre de rotation du mouvement de $5/0$ est sur la droite CD

$$\overrightarrow{OC} = R_C\overrightarrow{u_C}$$
$$\overrightarrow{OD} = R_D\overrightarrow{u_D} = \pm R_D\overrightarrow{u_C}$$
$$\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{OD} = \pm R_C R_D \overrightarrow{u_C} \wedge \overrightarrow{u_C} = \vec{0}$$
$$O, C \text{ et } D \text{ sont alignés}$$

Ou encore :

$$\overrightarrow{OC} = R_C\overrightarrow{u_C} = \frac{R_D}{R_D}R_C\overrightarrow{u_C} = \frac{R_C}{R_D}R_D\overrightarrow{u_C} = \frac{R_C}{R_D}\overrightarrow{OD}$$
$$\overrightarrow{OC} = k\overrightarrow{OD}$$
$$O, C \text{ et } D \text{ sont alignés}$$

Directions des roues avant

Question 8: Exprimer les conditions de roulement sans glissement en A' et B'

$$\vec{V}(A',1/0)=\vec{0}$$
$$\vec{V}(B',2/0)=\vec{0}$$

Question 9: Montrer que $\vec{V}(A',5/0)=\vec{V}(A,5/0)$ et $\vec{V}(B',5/0)=\vec{V}(B,5/0)$

$$\vec{V}(A',5/0)=\vec{V}(A,5/0)+\overrightarrow{A'A}\wedge\overrightarrow{\Omega_{50}}=\vec{V}(A,5/0)+r\overrightarrow{z_0}\wedge\omega\overrightarrow{z_0}=\vec{V}(A,5/0)$$
$$\vec{V}(B',5/0)=\vec{V}(B,5/0)+\overrightarrow{B'B}\wedge\overrightarrow{\Omega_{50}}=\vec{V}(B,5/0)+r\overrightarrow{z_0}\wedge\omega\overrightarrow{z_0}=\vec{V}(B,5/0)$$

Question 10: En exploitant les relations précédentes, exprimer $\vec{V}(A,5/0)$ en fonction de r, ω_{15} et $\overrightarrow{b_A}$ et $\vec{V}(B,5/0)$ en fonction de r et ω_{25} et $\overrightarrow{b_B}$

$$\vec{V}(\mathrm{A},5/0)=\vec{V}(A',5/0)=\vec{V}(A',5/1)+\vec{V}(A',1/0)=\vec{V}(A',5/1)$$
$$\vec{V}(A',5/1)=\vec{V}(\mathrm{A},5/1)+\overrightarrow{A'A}\wedge\omega_{51}\overrightarrow{a_A}=r\overrightarrow{z_0}\wedge\omega_{51}\overrightarrow{a_A}=r\omega_{51}\overrightarrow{b_A}=-r\omega_{15}\overrightarrow{b_A}$$
$$\boldsymbol{\vec{V}(A,5/0)=-r\omega_{15}\overrightarrow{b_A}}$$

$$\vec{V}(\mathrm{B},5/0)=\vec{V}(B',5/0)=\vec{V}(B',5/2)+\vec{V}(B',2/0)=\vec{V}(B',5/2)$$
$$\vec{V}(B',5/2)=\vec{V}(\mathrm{B},5/2)+\overrightarrow{B'B}\wedge\omega_{52}\overrightarrow{a_B}=r\overrightarrow{z_0}\wedge\omega_{52}\overrightarrow{a_B}=r\omega_{52}\overrightarrow{b_B}=-r\omega_{25}\overrightarrow{b_B}$$
$$\boldsymbol{\vec{V}(B,5/0)=-r\omega_{25}\overrightarrow{b_B}}$$

Question 11: Exprimer $\vec{V}(A,5/0)$ en fonction de R_A, ω et $\overrightarrow{u_A}\wedge\overrightarrow{z_0}$ et $\vec{V}(B,5/0)$ en fonction de R_B, ω et $\overrightarrow{u_B}\wedge\overrightarrow{z_0}$

$$\vec{V}(A,5/0) = \vec{V}(O,5/0) + \overrightarrow{AO}\wedge\omega\overrightarrow{z_0} = -R_A\overrightarrow{u_A}\wedge\omega\overrightarrow{z_0} = -R_A\omega\overrightarrow{u_A}\wedge\overrightarrow{z_0}$$
$$\vec{V}(B,5/0) = \vec{V}(O,5/0) + \overrightarrow{BO}\wedge\omega\overrightarrow{z_0} = -R_B\overrightarrow{u_B}\wedge\omega\overrightarrow{z_0} = -R_B\omega\overrightarrow{u_B}\wedge\overrightarrow{z_0}$$

Question 12: En déduire que $\overrightarrow{b_A}\perp\overrightarrow{u_A}$ et $\overrightarrow{b_B}\perp\overrightarrow{u_B}$

$$\vec{V}(A,5/0) = -r\omega_{15}\overrightarrow{b_A} = -R_A\omega\overrightarrow{u_A}\wedge\overrightarrow{z_0}$$
$$\vec{V}(B,5/0) = -r\omega_{25}\overrightarrow{b_B} = -R_B\omega\overrightarrow{u_B}\wedge\overrightarrow{z_0}$$
$$\left\|\overrightarrow{b_A}\right\| = \left\|\overrightarrow{u_A}\right\| = \left\|\overrightarrow{z_0}\right\| = 1$$
$$\left\|\overrightarrow{b_B}\right\| = \left\|\overrightarrow{u_B}\right\| = \left\|\overrightarrow{z_0}\right\| = 1$$

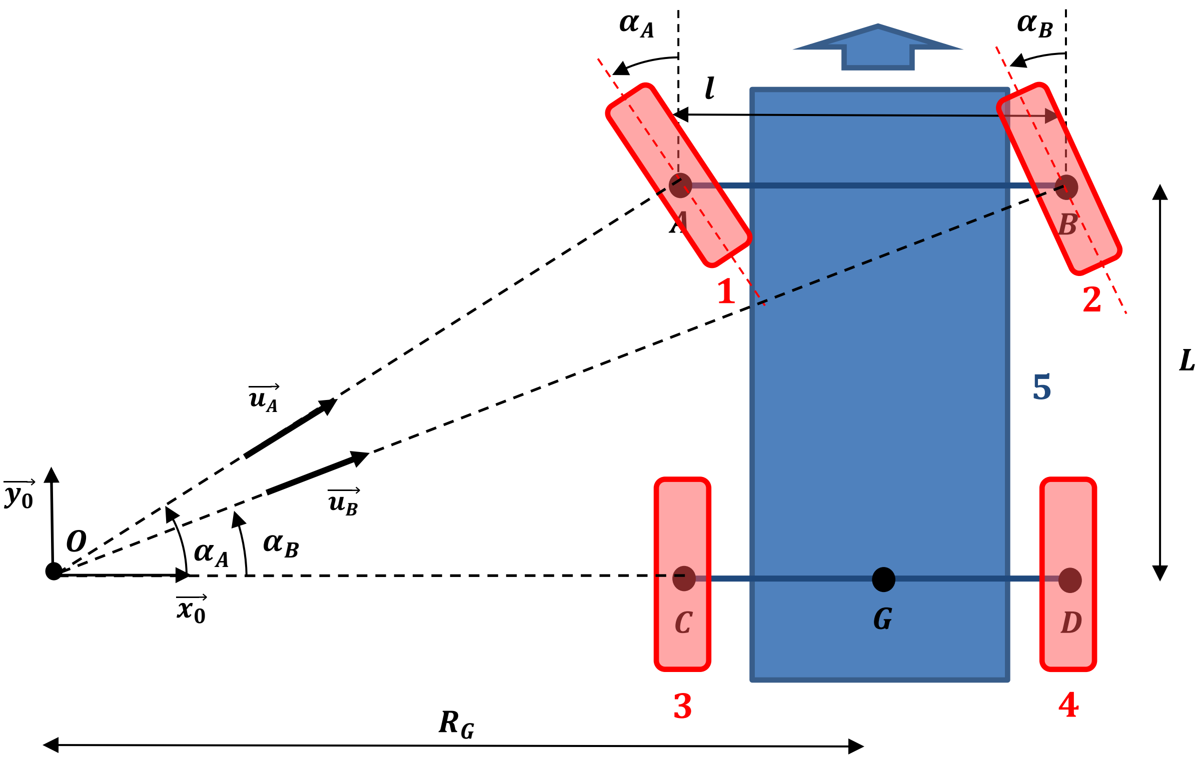
On a donc :

$$\overrightarrow{u_A}\wedge\overrightarrow{z_0}//\overrightarrow{b_A}$$
$$\overrightarrow{u_B}\wedge\overrightarrow{z_0}//\overrightarrow{b_B}$$

Soit :

$$\overrightarrow{b_A}\perp\overrightarrow{u_A}$$
$$\overrightarrow{b_B}\perp\overrightarrow{u_B}$$

Question 13: Dessiner les roues avant en A et B en respectant leurs directions respectives. On placera les angles α_A et α_B correspondant à l'angle d'orientation des roues par rapport à la direction de la voiture



Question 14: Quel type de roues permet « d'absorber » la composante de glissement lorsque les directions ne sont pas respectées

Les roues Holonomes ou omnidirectionnelles :

Question 15: Déterminer l'expression des angles α_A et α_B en fonction de L, l et R_G

$$\tan \alpha_A = \frac{L}{R_C} = \frac{L}{R_G - \frac{l}{2}} = \frac{2L}{2R_G - l} \quad ; \quad \alpha_A = \tan^{-1} \frac{2L}{2R_G - l}$$

$$\tan \alpha_B = \frac{L}{R_D} = \frac{L}{R_G + \frac{l}{2}} = \frac{2L}{2R_G + l} \quad ; \quad \alpha_B = \tan^{-1} \frac{2L}{2R_G + l}$$

Question 16: Donner l'expression de α_A et α_B pour que le véhicule ait un rayon de virage minimum R_{min} en fonction de R_{min}, l et L

$$\alpha_A = \tan^{-1} \frac{2L}{2R_{min} - l}$$

$$\alpha_B = \tan^{-1} \frac{2L}{2R_{min} + l}$$

Question 17: Valider le critère de rayon de virage minimum précisé dans le cahier des charges

$$R_{min} = 5m$$

$$\alpha_A = 0{,}50\ rd = 28{,}47°$$

$$\alpha_B = 0{,}39\ rd = 22{,}48°$$

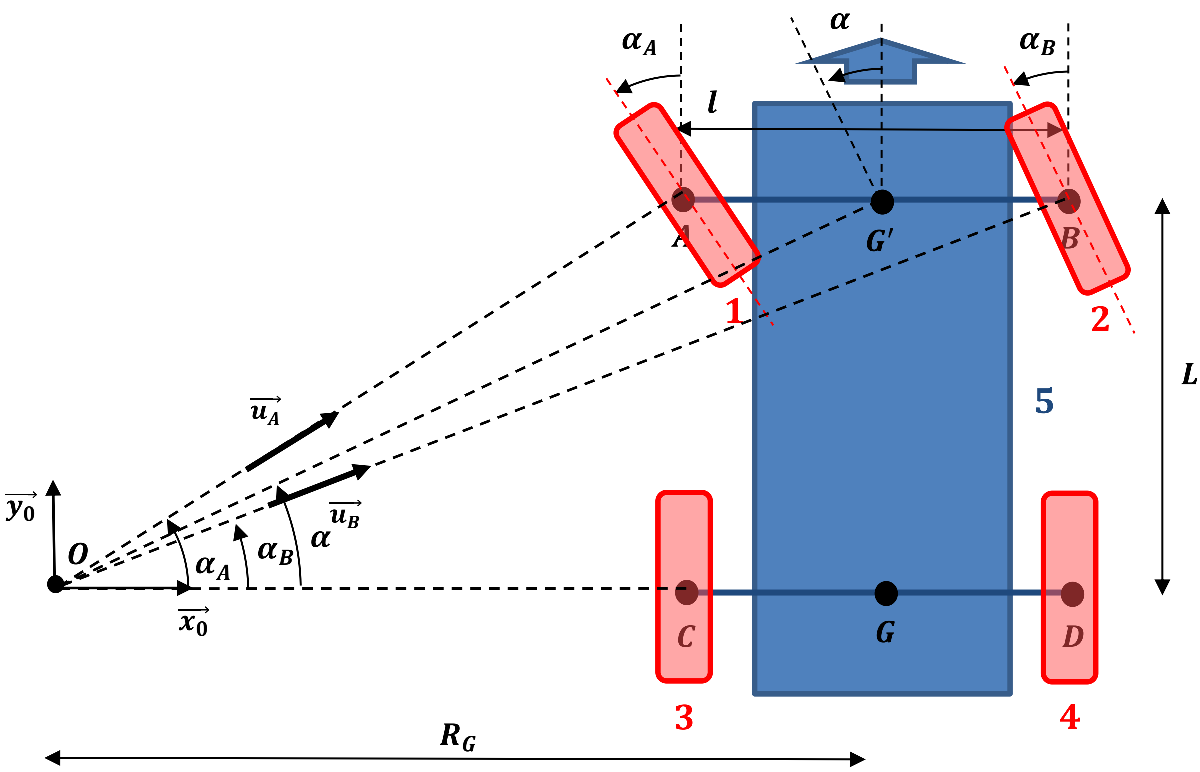
$$\alpha_A \in [-45°; +45°] \quad ; \quad \alpha_B \in [-45°; +45°]$$

Si on tourne dans le sens opposé, on échange les valeurs de α_A et α_B
Le cahier des charges est donc vérifié.

Question 18: Combien vaut l'écart Δ_α^{max} entre la rotation des deux roues avant

$$\Delta_\alpha^{max} = |\alpha_A - \alpha_B| = 5{,}99\ °$$

Question 19: Placer l'angle α sur le schéma proposé



Question 20: Donner l'expression de α en fonction de R_G et L

$$\tan \alpha = \frac{L}{R_G} \quad ; \quad R_G = \frac{L}{\tan \alpha}$$

Question 21: En déduire l'expression α_A et α_B en fonction de α, l et L

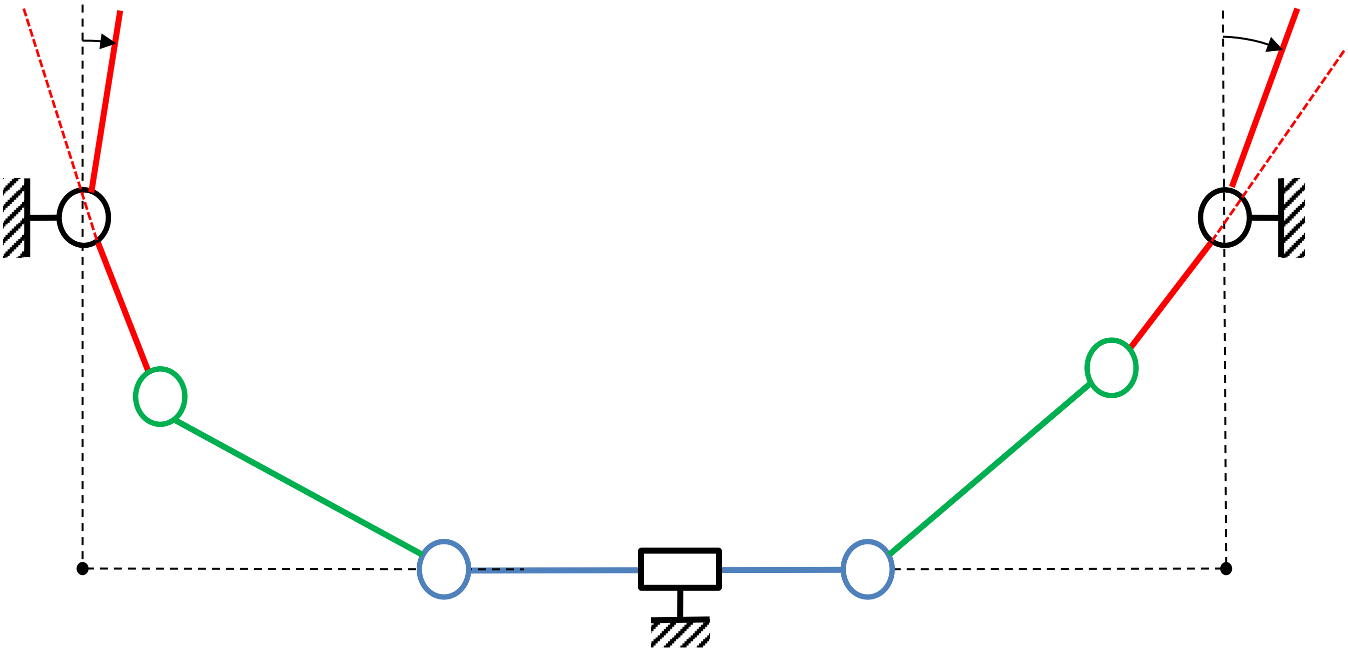
$$\tan \alpha_A = \frac{2L}{2R_G - l} \quad ; \quad \tan \alpha_B = \frac{2L}{2R_G + l} \quad ; \quad \tan \alpha = \frac{L}{R_G}$$

$$\alpha_A = \tan^{-1} \frac{2L}{2R_G - l} = \tan^{-1} \frac{2L}{2\frac{L}{\tan \alpha} - l} = \tan^{-1} \frac{2L \tan \alpha}{2L - l \tan \alpha}$$

$$\alpha_B = \tan^{-1} \frac{2L}{2R_G + l} = \tan^{-1} \frac{2L}{2\frac{L}{\tan \alpha} + l} = \tan^{-1} \frac{2L \tan \alpha}{2L + l \tan \alpha}$$

Question 22: Décrire les solutions techniques permettant d'obtenir cette orientation particulière des deux roues avant

La solution est un système « **Crémaillère – Biellettes** ». Elle respecter le roulement sans glissement jusqu'à un certain braquage, puis il y a glissement léger. Mais à fort braquage, le véhicule ne peut aller vite, l'usure induite sera limitée.



Pour créer une solution parfaite, il faudrait par exemple

- Utiliser un **système automatique**, avec un moteur par roue, mais les pannes auraient de fortes conséquences sur un véhicule public
- Utiliser un **système mécanique qui positionne le point O**… OK si O n'est pas trop loin

Calcul des vitesses de rotation des roues

Question 23: Déterminer la valeur numérique de R_G

$$\vec{V}(G,5/0) = \overrightarrow{OG} \wedge \omega \overrightarrow{z_0} = R_G \omega \vec{u}$$
$$\left\|\vec{V}(G,5/0)\right\| = R_G \omega$$
$$V_G = 130\ km.h^{-1} = 130 \frac{1000}{3600} = \frac{130}{3,6} = 36,\bar{1}\ m.s^{-1}$$
$$\omega = 90°.(10s)^{-1} = 9°.s^{-1} = 9\frac{\pi}{180} rd.s^{-1} = 0,157 rd.s^{-1}$$
$$R_G = \frac{V_G}{\omega} = \frac{36,1}{0,78} \approx 229,89\ m$$

Question 24: En déduire les valeurs numériques de R_C et R_D

$$R_C = R_G - \frac{l}{2} = 229,22\ m$$
$$R_D = R_G + \frac{l}{2} = 230,56\ m$$

Question 25: Calculer les valeurs numériques de R_A et R_B

Pythagore

$$R_A{}^2 = R_C{}^2 + L^2$$
$$R_A = \sqrt{R_C{}^2 + L^2} = 229,23$$
$$R_B{}^2 = R_D{}^2 + L^2$$
$$R_B = \sqrt{R_D{}^2 + L^2} = 230,57$$

Question 26: Déterminer les valeurs numériques des vitesses des centres de chaque roue V_A, V_B, V_C et V_D avec 3 décimales

$$V_A = R_A \omega = 36,007\ m.s^{-1}$$
$$V_B = R_B \omega = 36,219\ m.s^{-1}$$
$$V_C = R_C \omega = 36,006\ m.s^{-1}$$
$$V_D = R_D \omega = 36,217\ m.s^{-1}$$

Question 27: En déduire les valeurs numériques des vitesses de rotation des 4 roues par rapport à la voiture ω_{15}, ω_{25}, ω_{35} et ω_{45}

On a montré que, du fait du roulement sans glissement :

$$r\omega_{15}\overrightarrow{b_A} = R_A\omega\overrightarrow{u_A}\wedge\overrightarrow{z_0} \Rightarrow r\omega_{15} = R_A\omega = V_A$$
$$r\omega_{25}\overrightarrow{b_B} = R_B\omega\overrightarrow{u_B}\wedge\overrightarrow{z_0} \Rightarrow r\omega_{25} = R_B\omega = V_B$$
$$r\omega_{35}\overrightarrow{b_C} = R_C\omega\overrightarrow{u_C}\wedge\overrightarrow{z_0} \Rightarrow r\omega_{35} = R_C\omega = V_C$$
$$r\omega_{45}\overrightarrow{b_D} = R_D\omega\overrightarrow{u_D}\wedge\overrightarrow{z_0} \Rightarrow r\omega_{45} = R_D\omega = V_D$$

$$\omega_{1/5} = \frac{V_A}{r} = 121,85\ rd.s^{-1}$$
$$\omega_{2/5} = \frac{V_B}{r} = 122,57\ rd.s^{-1}$$
$$\omega_{3/5} = \frac{V_C}{r} = 121,85\ rd.s^{-1}$$
$$\omega_{4/5} = \frac{V_D}{r} = 122,56\ rd.s^{-1}$$

Question 28: Quelle roue va le plus vite ?

$$Roue\ 2\ en\ B$$

Question 29: Quelle roue va le moins vite ?

$$Roue\ 3\ en\ C$$

Question 30: Décrire les solutions techniques permettant d'avoir une vitesse de rotation différente pour chaque roue

Sur les **essieux libres**, par exemple à l'avant pour une propulsion arrière, pas de soucis.
Pour les essieux motorisés, on utilise un **différentiel**.
Il ne faut en aucun cas une seule barre liée à 2 roues.